

The Equity Premium Puzzle: Brasil e Estados Unidos

André Borges Catalão Joe A. Yoshino*

Universidade de São Paulo

FEA - Economia e FEA-IME

Mestrado Profissionalizante: Modelagem Matemática em Finanças

Av. Prof. Luciano Gualberto 908

05508-900 São Paulo Brasil

e-mail: pyoshino@usp.br tel. (0xx11. 3091.5826)

April 27, 2004

Abstract

This article revisits *The Equity Premium Puzzle* for both the US and Brazilian stock markets. This problem was first formulated by Mehra and Prescott (1985). For this purpose, we analyze the stylized facts relative to Asset Pricing Formula by Lucas (1978) and Mehra (2003). In this sense, we identify the roles performed by both the covariance between the stock returns and the stochastic discount factor, and the relative risk aversion (α) for determining the stock market premium. After, we use the GMM estimator, according to Hansen (1982), for obtaining measures of the relative risk aversion (α) and the inter-temporal discount factor (β) for both the Brazilian and US stock markets. Finally, by using the unconditional means, we obtain an alternative measurement of α that explain the observed stock market premium in these markets. Our main conclusion is that the US *Equity Premium Puzzle* does not happen in the Brazilian stock market. Furthermore, the Brazilian BOVESPA equity premium is around half of the US S&P-500. In other words, the Brazilian investor is risk-neutral in his own domestic market. On the other hand, the US investor is very risk averse. Our results are not quite surprising in the sense that Edward Prescott recognizes that the *Equity Premium Puzzle* is a typical American phenomenon.

Keywords: Asset Pricing, Equity Premium Puzzle, Interest Rate Puzzle, Relative Risk Aversion.

JEL classification: D91, E2, E60, G0, G11, G12, G13, H2, H55

**Agradecemos as críticas e sugestões feitas por Rodrigo De Losso da Silveira Bueno e José Alexandre Scheinkman. Narayana Kocherlakota forneceu-nos os dados relativos ao mercado norte-americano, que foram utilizados nos trabalhos de Mehra e Prescott, e Kocherlakota. Eventuais erros são exclusivamente nossos.*

1. Introdução

Há quase duas décadas, Mehra e Prescott (1985) observaram que o valor médio do prêmio de risco das ações (*equity premium*) norte-americanas, ao longo de quase um século de história, superou o valor que se esperaria levando-se em conta as teorias de ciclo econômico. Para justificar este elevado prêmio de risco, com base no modelo de Lucas (1978), que assume uma função de utilidade do tipo CRRA (*constant relative risk aversion*), o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) teria que ter na prática um valor bem superior ao sugerido por estas teorias. Esse problema foi denominado de *Equity Premium Puzzle*. Como consequência deste valor elevado para α , Weil (1989) apontou ainda que a taxa de juro livre de risco norte-americana deveria ser bem mais baixa daquela observada, indicando um *Interest Rate Puzzle* ou *Risk-free Rate Puzzle*.

O primeiro passo para entender esse fenômeno no contexto da Teoria de Apreçamento de Ativos baseada em consumo intertemporal seria analisar o comportamento da covariância condicional entre o fator de desconto estocástico e a série de retornos das ações.¹ Isto porque os prêmios exigidos nos investimentos em ativos com risco dependem desta covariância. No caso da função de utilidade do tipo CRRA, o fator de desconto estocástico é representado basicamente pelo taxa de crescimento real do consumo, elevada ao sinal negativo de α . Assim, para se obter prêmios elevados é necessário que a covariância condicional, acima mencionada, seja muito negativa (para gerar prêmios positivos). O risco da postergação do consumo intertemporal ao investir em ações advém desta covariância. Ademais, somente indivíduos com elevada aversão relativa ao risco (α) exigiriam um enorme prêmio de risco.

Uma outra forma para justificar somente parcialmente o enorme prêmio de risco seria propor modificações na função utilidade, seja quanto à forma, seja quanto à introdução de novas variáveis e fricções

¹Veja, por exemplo, Huang e Litzenberg (1988), para uma abordagem mais analítica, ou Cochrane (2001), para um enfoque mais intuitivo.

de mercado, visando introduzir efeitos que aumentem a covariância condicional. Estas abordagens não solucionam o *equity premium puzzle*. A raiz do problema é que o crescimento do consumo muda muito pouco no tempo relativamente à enorme volatilidade dos retornos reais das ações, fazendo com que a covariância entre estas variáveis seja baixa. Neste caso, será necessária uma elevada aversão relativa ao risco para magnificar esta baixa covariância. Mehra (2003) cita vários autores que têm seguido essas linhas de pesquisa. Em termos de formulações alternativas das preferências, podemos citar Abel (1990), Benartzi e Thaler (1995), Campbell e Cochrane (1999), Constantinides (1990), e Epstein e Zin (1991). Barberis, Huang e Santos (2001) incluem aversão à perdas na função utilidade e comportamentos passados do investidor (persistência de hábitos).²

Com base em diferentes fórmulas de apreçamento de ativos, este trabalho realiza várias estimações econométricas acerca dos parâmetros nela envolvidos. Numa primeira etapa, busca-se entender os fatos estilizados do comportamento de cada variável que está presente na equação de apreçamento de ativos, e a sua relação com a aversão relativa ao risco (α). Em seguida, consideramos os dados brasileiros e norte-americanos, de modo a empregarmos o Método Generalizado dos Momentos (GMM), conforme Hansen (1982), para estimarmos os parâmetros da fórmula de apreçamento de ativos. No caso norte-americano, o estudo é complementado utilizando a série de dividendos como variável instrumental, conforme foi sugerido por Campbell e Shiller (1988) e retomado em Bansal e Yaron (2000).

No caso norte-americano para o período 1890:2000, usando o método GMM, obtemos $\alpha = 2.70$. Este valor corrobora os resultados de Campbell (1997) e Kocherlakota (1990a). Ao mesmo tempo, nosso fator de desconto inter-temporal da função utilidade (β) fica abaixo de um -

²Pesquisas envolvendo mercados incompletos foram desenvolvidas por Constantinides e Duffie (1996), Heaton e Lucas (1997), Mankiw (1986), e Storesletten, Telmer e Yaron (1999). Com relação às imperfeições de mercado, podemos citar Bansal e Coleman (1996), Constantinides, Donaldson e Mehra (2002), Heaton e Lucas (1996), McGrattan e Prescott (2001).

como era esperado. Ademais, utilizando a equação de Apreçamento de Ativos, na forma incondicional, obtemos $\alpha=28.5$, que é próxima do valor apontado por Kandel e Stambaugh (1991) de $\alpha=29$. Por outro lado, com base na formulação de Mehra (2003) obtemos $\alpha > 38.5$.

Para o caso brasileiro, obtemos $2.7 \leq \alpha \leq 4.5$. Este resultado é consistente com Issler e Piqueira (2000) e Nakane e Soriano (2003).³ Dividindo a amostra de dados nos períodos pré-Plano Real (1991:1-1994:2) e pós-Plano Real (1994:3-2003:3), encontramos respectivamente $\alpha = 0.88$ e $\alpha = 2.11$. Ainda no caso brasileiro, os valores do fator de desconto intertemporal da função utilidade (β) ficaram abaixo de um. Por outro lado, nossa estimativa com base na equação de Apreçamento de Ativos, na forma incondicional, aponta que o valor de α necessário para justificar o prêmio de risco brasileiro é de aproximadamente zero. Este resultado, segundo este critério, significa que o investidor brasileiro é neutro ao risco.

O restante do trabalho está dividido da seguinte forma. Na seção 2 são apresentados tanto o modelo de apreçamento de ativos, conforme Lucas (1978), como o método de estimação por GMM, segundo Hansen (1982). Na seção 3 são descritos os dados utilizados. É feita uma análise estatística dos dados de modo a apresentar os fatos estilizados. Depois, fazemos as estimações usando GMM e discutimos o *Equity Premium Puzzle*. Na seção 4 são apresentadas as conclusões. Os apêndices 1 e 2 complementam o trabalho com gráficos e testes suplementares.

2. A Teoria de Apreçamento de Ativos

O modelo de apreçamento de ativos baseia-se em Lucas (1978). Casos particulares desta fórmula são CAPM, APT, Black-Scholes e

³Utilizamos dados trimestrais de 1991 à 2003. Por outro lado, Issler e Piqueira (2000) analisa o período 1975-1994. Nakane e Soriano (2003) utiliza o período 1991 à 2002. Ambos consideram também uma periodicidade trimestral.

equity premium puzzle.⁴

Neste modelo, um agente representativo resolve um problema de alocação de recursos de modo a obter um fluxo de consumo ótimo dentro de um horizonte de tempo. O processo de decisão é condicionado à informação disponível no presente, representada pela distribuição de probabilidades de ocorrência dos possíveis estados da natureza e depende também da função de utilidade. De forma compacta, o problema de maximização pode ser expresso como

$$Max E_t \left[\sum_j^{\infty} \beta^j U(C_{t+j}) \right], \quad (1)$$

onde: β é o fator de desconto da utilidade no tempo; C_{t+j} é o consumo real no período $t + j$; e $U(C_{t+j})$ é a utilidade que o investidor obtém em consumir no tempo $t + j$. Adicionalmente, o investidor está sujeito à restrição orçamentária, que lhe permite consumir de acordo com a sua renda e o retorno que é proporcionado pelas ações, nas formas de ganho de capital e recebimento de dividendos. Uma das equações que surgem das condições de primeira ordem é:

$$P_{k,t}U'(C_t) = \beta E_t[(P_{k,t+1} + D_{k,t+1})U'(C_{t+1})], \quad (2)$$

onde $P_{k,t}$ é preço da ação k no instante t . $D_{k,t}$ é o dividendo pago pela ação k nesse instante.

Podemos reescrever esta equação, na forma de retornos:

$$U'(C_t) = \beta E_t[(1 + R_{k,t+1})U'(C_{t+1})], \quad (3)$$

onde o retorno da ação ($R_{k,t+1}$), que é dado por ambos o ganho de capital (variação dos preços das ações) e os dividendos recebidos por ação, é dado por

$$1 + R_{k,t+1} = \frac{P_{k,t+1} + D_{k,t+1}}{P_{k,t}}. \quad (4)$$

⁴Como referência, podemos citar Huang e Litzenberger (1988, capítulos 5 e 6), Obstfeld e Rogoff (1996, capítulo 5) ou Cochrane (2001). Mehra (1985) apresenta a derivação do modelo em seu artigo.

O numerador da equação (4) é o *payoff* da ação. O lado esquerdo de (3) é o custo marginal de consumir uma unidade monetária real a menos em t , ao passo que o lado direito é a satisfação marginal esperada que se obtém ao investir a unidade monetária na ação k , no instante t , vendendo-a no instante $t + 1$, por $1 + R_{k,t+1}$ unidades monetárias, e consumindo o resultado. O investidor iguala o custo marginal da postergação do consumo e o benefício marginal do consumo futuro de modo a obter otimamente o preço da ação.

Podemos ainda reescrever (2), definindo o fator de desconto estocástico $M_{t+1} \equiv \beta U'(C_{t+1})/U'(C_t)$, de forma que

$$1 = E_t[(1 + R_{k,t+1})M_{t+1}]. \quad (5)$$

Como estamos utilizando uma função de utilidade CRRA, o fator de desconto estocástico coincide com a taxa marginal de substituição intertemporal descontada. Não se pode alterar o coeficiente de aversão relativa ao risco sem alterar a taxa de substituição intertemporal. Além disso, a elasticidade de substituição entre níveis de consumo nos estados contingentes com respeito aos preços de Arrow-Debreu é o inverso do coeficiente de aversão relativa ao risco, $1/\alpha$.^{5, 6}

Tomando a média incondicional de cada lado da equação (5), defasando em um período, para simplificar a notação, podemos escrever, após manipulações simples, com base na definição de covariância.

$$E[1 + R_{k,t}] = \frac{1}{E[M_t]} (1 - Cov[R_{k,t}, M_t]). \quad (6)$$

Em particular, para um ativo livre de risco (*riskfree*), cuja covariância com o fator de desconto estocástico é zero (ativo com beta zero), temos

$$E[1 + R_{0,t}] = 1/E[M_t]. \quad (7)$$

⁵Veja, por exemplo, Obstfeld e Rogoff (1996, capítulo 5).

⁶Epstein e Zin (1989) separam o coeficiente de aversão relativa ao risco da taxa de substituição intertemporal.

Esta equação possibilita escrever a equação (6) explicitando o prêmio de risco do seguinte modo:

$$E [R_{k,t} - R_{0,t}] = -E[1 + R_{0,t}]Cov [R_{k,t}, M_t]. \quad (8)$$

Esta equação sugere que o prêmio de risco (lado esquerdo da equação acima) que é exigido na aplicação num ativo com risco será maior, quanto mais negativa for a covariância entre o retorno da ação com o fator de desconto estocástico.⁷

A função de utilidade que será empregada depende somente do consumo e supõe-se a aditividade intertemporal. Além disso, esta função apresenta coeficiente de aversão relativa ao risco constante (CRRA).⁸

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\alpha} - 1}{1 - \alpha}, \quad (9)$$

onde: $0 < \alpha < \infty$.

Sob a restrição da função utilidade definida pela equação(9), podemos reescrever a condição (5) como

$$1 = \beta E_t[(1 + R_{k,t+1})\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\alpha}]. \quad (10)$$

⁷Suponha que ocorra um estado ruim da natureza amanhã - um baixo consumo e alta utilidade marginal do consumo (correspondendo a um valor alto do fator de desconto estocástico). Para um ativo que deixa de gerar consumo em tal estado, ou seja, um ativo de alto risco, o investidor exige um maior prêmio para postergar o consumo na forma de investimento em ações. Nesta situação, o consumo (baixo) e o retorno exigido (alto) produzem uma covariância muito negativa entre o retorno da ação e o fator de desconto estocástico. Os ativos que pagam em estados "bons da natureza", cujos níveis de consumo são altos ou quando a satisfação em consumir uma unidade adicional de consumo é baixa, são menos desejáveis do que aqueles que pagam uma quantidade equivalente quando os estados são "ruins". Neste caso, o consumo adicional é mais desejado. Por isso, aqueles ativos são avaliados a um preço menor - o que equivale dizer que os investidores exigem maior prêmio de risco para adquirí-los. É importante frisar que a satisfação está relacionada ao consumo, e a mesma quantidade de consumo pode gerar diversos níveis de satisfações em diferentes estados da natureza.

⁸Esta função torna-se logarítmica quando α vale 1, que é o limite da equação.

Usando as hipóteses de Mehra (2003), Hansen e Singleton (1983), o retorno bruto das ações, $R_{k,t}$, será i.i.d. e o vetor $(x_t, R_{k,t})$ será conjuntamente distribuído como uma log-normal.⁹

Uma variável $\ln v \sim N(\mu_v, \sigma_v^2)$ implica $E(v^a) = \exp(a\mu_v + 1/2 a^2 \sigma_v^2)$, ou ainda

$$\ln E_t(\nu) = E_t(\ln \nu) + 1/2\sigma_t^2(\ln \nu). \quad (11)$$

Usando este fato na equação (10), e definindo as seguintes variáveis $\ln(1 + R_{k,t+1}) = r_{k,t}$ e $\ln(C_{t+1}/C_t) = \Delta c_{t+1}$, temos:

$$E_t r_{k,t+1} = -\ln \beta + \alpha E_t(\Delta c_{t+1}) - 1/2[\sigma_k^2 - 2\alpha\sigma_{kx} + \alpha^2\sigma_x^2]. \quad (12)$$

De forma análoga, para os retornos reais do ativo livre de risco, cujas variância e também covariância com as taxas de crescimento do consumo são zero, temos

$$r_{f,t+1} = -\ln \beta + \alpha E_t(\Delta c_{t+1}) - 1/2\alpha^2\sigma_x^2. \quad (13)$$

Das equações (12) e (13), podemos expressar o prêmio em termos das variáveis logarítmicas:

$$E_t[r_{k,t+1} - r_{f,t+1}] + \frac{\sigma_k^2}{2} = \alpha\sigma_{kx}. \quad (14)$$

Usando a equação (11),

$$\ln\left[\frac{1 + R_{k,t+1}}{1 + R_{f,t+1}}\right] = \alpha\sigma_{kx}. \quad (15)$$

⁹Mehra (2003), Hansen e Singleton (1983) fazem as seguintes suposições adicionais, a saber:

1. A taxa de crescimento do consumo, denotada por $x_{t+1} \equiv C_{t+1}/C_t$, é identicamente e independentemente distribuída (i.i.d.);
2. O taxa de crescimento dos dividendos, $z_{t+1} \equiv D_{t+1}/D_t$, é i.i.d.; e
3. (x_t, z_t) são conjuntamente distribuídos segundo uma log-normal.

Adicionalmente, o preço p_t é uma função homogênea de grau 1 do dividendo D_t ($p_t = wD_t$) e a taxa de crescimento de D_t está sujeita a uma cadeia de Markov ($D_{t+1} = z_{t+1}D_t$), pode-se mostrar que:

$$\ln\left[\frac{1 + R_{k,t+1}}{1 + R_{f,t+1}}\right] = \alpha\sigma_{zx}. \quad (16)$$

Esta equação explicita o prêmio de risco das ações sobre o retorno do ativo livre de risco, em função da covariância (relacionada à incerteza) entre a taxa de crescimento real do consumo e o crescimento dos dividendos das ações.

Se a condição de equilíbrio de que o consumo advém do retorno proporcionado pelas ações, isto é $x = R_k$, temos uma perfeita correlação entre estas duas variáveis e podemos escrever a equação (15) como

$$\log E_t(1 + R_{k,t+1}) - \log E_t(1 + R_{f,t+1}) = \alpha\sigma_{R_k,t}^2 \quad (17)$$

$$\text{ou } \log E_t(1 + R_{k,t+1}) - \log E_t(1 + R_{f,t+1}) = \alpha\sigma_x^2. \quad (18)$$

Convém destacar as hipóteses que foram feitas acerca das distribuições das séries de consumo e dividendos.¹⁰

2.1. Método dos Momentos Generalizados

Nesta seção descrevemos como utilizamos o Método dos Momentos Generalizados (GMM), com base em Hansen e Singleton (1982). Utilizamos este estimador para inferirmos os valores tanto do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) como do fator de desconto da utilidade no tempo (β), segundo a equação (10).¹¹

¹⁰As equações acima aplicam-se a cada ação R_k , e valem também para uma série de índice de mercado, em particular, para os índices S&P500 ou IBOVESPA.

¹¹Ao aplicarmos este método, necessitamos que as séries envolvidas sejam estacionárias. Contudo, sua vantagem reside no fato de que não há necessidade de homocedasticidade, nem que as séries sejam i.i.d. Além disso, ao contrário da estimação por Máxima Verossimilhança, não há necessidade de fazermos hipóteses sobre o tipo de distribuição.

A condição de ortogonalidade (*condições do momento*) que advém da equação (10) é dada por

$$0 = E_t[\beta(1 + R_{k,t+1})\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)^{-\alpha} - 1]. \quad (19)$$

Conforme Hansen (1982), os parâmetros são estimados minimizando uma função alvo quadrática definida em termos dos erros amostrais e de uma matriz de pesos, que pode ser estimada segundo várias metodologias.¹² O teste de superidentificação, J , dá a validade ao modelo. Temos que o tamanho da amostra (T) vezes a função alvo é distribuída segundo χ^2 com graus de liberdade igual ao número de momentos menos o número de parâmetros estimados.

$$TJ_T \sim \chi^2(\#momentos - \#parâmetros). \quad (20)$$

A obtenção de um p-valor baixo invalida o modelo, pois significa que o valor da soma quadrática dos resíduos observada é improvável e, no entanto, aconteceu.

Ao introduzirmos os instrumentos, z_t , expandimos o espaço de *pay-offs* da equação (2), pois a mesma continua sendo aplicável: $E(p_t z_t) = E(M_{t+1} x_{t+1} z_t)$.¹³ Mais do que isso, a expectativa condicional de uma variável y_{t+1} , dado um conjunto de informação I , é igual à regressão de y_{t+1} usando toda variável z_t de I . Na prática, utilizam-se variáveis do conjunto I que adicionam informação, sendo capazes de prever

¹²Em nosso artigo, as formas funcionais utilizadas para o cálculo do *kernel* foram a quadrática e a de Bartlett. Um dos métodos de determinação da largura da banda (*bandwidth*), que dá o peso às covariâncias no cálculo da matriz de pesos, foi o de Newey-West com largura fixa de banda (NWF), que torna a matriz positiva-definida, permitindo a inversão. A largura é função do número de pontos. Já os métodos de Andrews (ADW) e Newey-West variável (NWV) empregam autocorrelações dos dados utilizados para a determinação da banda. A técnica de *prewhithening* (pw) ajusta um modelo AR(1) aos resíduos antes de calcular a matriz. Para maiores detalhes, veja Newey e West (1987), Andrews (1991) e Newey-West (1994).

¹³Aqui levamos em conta a notação do fator de desconto estocástico para a versão CRRA, $M_{t+1} = \beta(C_{t+1}/C_t)^{-\alpha}$, e do *payoff* $x_{t+1} = P_{t+1} + D_{t+1}$.

retornos ou M .¹⁴ Então, se tivermos $E[(M_{t+1}x_{t+1} - p_t)z_t] = 0$, teremos $p_t = E[M_{t+1}x_{t+1}|I]$.

Empregando a notação do delta de Kronecker:

$$E\{[M_{t+1}(b)(1 + R_{t+1}) - 1] \otimes z_t\}. \quad (21)$$

Tauchen (1986) realiza simulações de Monte Carlo para estudar os instrumentos e suas defasagens em estimações via GMM em modelos de *Asset Pricing* com função utilidade do tipo CRRA, para pequenas amostras.¹⁵

¹⁴O vetor de instrumentos não precisa ser exógeno, bastando que seja pré-determinado no período que o agente forma a expectativa.

¹⁵Os instrumentos que utilizamos foram as defasagens das taxas de crescimento do dividendo e do consumo.

Conhecendo o valor verdadeiro do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e do fator de desconto intertemporal da utilidade (β), Tauchen (1986) analisa a dispersão entre o valor verdadeiro e o valor estimado de α . Ele analisa também as situações em que há maior ou menor viés nas estimações. Neste sentido, duas medidas de viés são utilizadas: 1) a diferença entre a média aritmética das estimativas e o valor verdadeiro do coeficiente α normalizada pelo limite inferior do desvio-padrão; e 2) a mesma medida, usando mediana no lugar da média. Suas conclusões, que auxiliam na escolha de instrumentos adequados, são:

1. Maiores limites mínimos de desvio-padrão (*lower bounds to volatility*) para a estimativa do coeficiente α ocorrem quando há menor autocorrelação nas séries de consumo e de dividendo;

2. A dimensão do viés e seu sentido depende da correlação entre consumo e dividendo. Correlação alta e positiva entre consumo e dividendo tende a elevar o viés, ao passo que ausência de correlação gera viés de baixa;

3. O valor verdadeiro do parâmetro a ser estimado, α , também tem efeito sobre o viés, determinando também a direção do mesmo. Um valor alto do parâmetro verdadeiro α tende a mover o viés para baixo, no sentido de tornar vieses negativos mais negativos e reduzindo vieses positivos;

4. Há uma troca entre aumento da variância e viés à medida que se aumentam as defasagens que são usadas para formar os instrumentos. Quando as defasagens aumentam, as medidas de dispersão baixam, mas o viés tende a aumentar uniformemente com o tamanho da defasagem. Recomenda-se não usar altos valores de defasagem, pois o ganho quanto à variância é mais baixo que o ganho quanto ao viés; e

5. O efeito conjunto da correlação entre consumo e dividendo e escolha das

3. Descrição dos Dados, Análises e Estimativas

Nesta seção descrevemos os dados utilizados em nossas estimações.

Com referência aos Estados Unidos, utilizamos dados anuais. Para o período de 1890 até 1978, os dados são aqueles utilizados por Mehra e Prescott (1985), que nos foram cedidos por Narayana Kocherlakota. Completamos estes dados para o período restante de 1978 à 2000. Assim, temos:¹⁶

1. Série anual dos ganhos de capital das ações, mais seus dividendos, para o *S&P 500 Composite Stock Price Index*, obtida do CRSP (*Center for Research in Security Prices*), da Universidade de Chicago;

2. Série anual da taxa de crescimento real per capita de bens de consumo não-duráveis e serviços. Fonte: *site* do BEA (*Bureau of Economic Analysis*). Já a série da população encontra-se no *U.S. Census Bureau*;

3. Séries anuais de ativos livres de risco de curto prazo, consistindo em Treasury Bills, no período 1931-1978; Certificados do Tesouro, no período 1920-1930 e Commercial Papers de vencimentos variando de sessenta a noventa dias, no período anterior à 1920. As séries são nominais. O *site* do FED de Minneapolis fornece as séries referentes aos ativos livres de risco;

4. Série anual do índice de preços ao consumidor (IPC) norte-americano, calculado pelo *US Department of Commerce*, disponível no *site* do BEA.

Com relação ao caso brasileiro, utilizamos séries trimestrais para os dados, envolvendo o período 1991:1 a 2003:3.¹⁷ Consideramos dois

defasagens é que a correlação alta aumenta os efeitos das defasagens citados no item 4.

¹⁶Os gráficos das séries de retornos reais do S&P500 e do ativo livre de risco encontram-se em Mehra (2003), figura 1, p. 5. O gráfico A1, do apêndice 1 apresenta a série de retornos reais de consumo *per capita*.

¹⁷Com referência ao índice de ações, empregamos o IBOVESPA. A forma com que este índice é divulgado não engloba dividendos (ex-dividendo). Contudo, segundo a equação (4), o modo de calcular o retorno que entra na equação de *Asset Pricing* requer que seja utilizado o *payoff* no numerador, que corresponderia a

períodos: o primeiro (I), de 1991:1 à 2003:3; e o segundo (II), de 1996:2 à 2003:3. Para o período I, empregaremos a série IBOVESPA ex-dividendo, calculando retornos sobre o índice na forma ¹⁸

$$1 + R_{k,t+1} = \frac{P_{k,t+1}}{P_{k,t}}. \quad (22)$$

Para o período II, calcularemos os retornos sobre o índice tanto na forma da equação (4); quanto na forma da equação (22). Desta forma, o conjunto de dados para o caso brasileiro é composto das seguintes variáveis:

1. Série trimestral do índice dessazonalizado do Consumo das Famílias, divulgado nas Contas Nacionais, no sistema SIDRA, do IBGE;¹⁹
2. Série mensal do Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna (IGP-DI), calculado pela FGV, disponível no *site* do Ipeadata;²⁰
3. Índice BOVESPA (IBOVESPA) de ações (ex-dividendo), disponível no provedor da Reuters;
4. Índice BOVESPA de ações com dividendo, disponível no provedor da Bloomberg;²¹
5. Série anual de População Total, disponível no sistema SIDRA, do IBGE.²²

usar um índice com dividendos. No entanto, dados sobre dividendos em forma eletrônica só existem a partir do segundo trimestre de 1996.

¹⁸A fórmula de cálculo expressa pela equação (22) é a adotada por Issler e Piqueira (2000).

¹⁹Esta série não distingue consumo de bens duráveis do consumo de bens não-duráveis. O método de dessazonalização é o X-12 do BEA.

²⁰O índice foi acumulado trimestralmente para gerarmos séries reais trimestrais de crescimento de consumo per capita e retornos do índice de ações IBOVESPA.

²¹O índice calculado pela Bloomberg (acessado usando a função Ibov <index> TRA) é gerado com base em dados de pagamentos de dividendos pelas empresas que compõem o IBOVESPA. Estes dados estão disponíveis no *site* da Bovespa, a partir de 1996:2.

²²Utilizamos interpolações lineares para gerar dados trimestrais de população.

6. Série mensal de taxas de juros CDB pré-fixado (%am), divulgado pela ANDIMA, disponível no *site* do Ipeadata.²³

Os gráficos das séries brasileiras dos retornos reais dos índices de ações, da taxa de juros trimestral e do consumo dessazonalizado *per capita* são ilustrados respectivamente no apêndice 1, gráficos A2-A4.²⁴

3.1. *Análise dos dados*

Nesta seção será feita uma análise preliminar dos dados, de modo a identificar os fatos estilizados pertinentes à equação de apreçamento de ativos. Primeiro, analisamos os dados norte-americanos, passando, em seguida, ao caso brasileiro. Procura-se entender como o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) é afetado tanto pela covariância entre o crescimento do consumo *per capita* e os retornos reais das ações como pelo fator de desconto estocástico (M).²⁵

Com base na equação (10), geramos uma série móvel do coeficiente de aversão relativa ao risco, denominado $\alpha_{\text{Asset Pricing}}$. Também foi gerada uma série para α com base na equação (17), que será denominado $\alpha_{\text{Mehra e Prescott}}$. Em seguida, são analisadas as correlações entre as séries presentes nas equações (10) e (15) à (18).

3.1.1. *Dados Norte-Americanos*

Aplicando inicialmente aos dados norte-americanos o desenvolvimento de Mehra (2003), quando consideramos o período inteiro, as

²³Acumulamos as taxas, que são divulgadas %a.m., para termos valores trimestrais.

²⁴Os dados de consumo extraídos do SIDRA e a série de taxas de juros de CDBs são também utilizados por Nakane e Soriano (2003). Issler e Piqueira (2000) utilizam dados das contas nacionais do IBGE, mas faz ajustes para adequar periodicidades diversas de divulgação aos demais dados. Issler e Piqueira (2000) utilizam a série do IBOVESPA ex-dividendo, como índice de ações, e o IGP-DI, como deflator. Como série de taxas de juros, Issler e Piqueira (2000) utilizam a série relativa aos títulos federais, publicada pela ANDIMA.

²⁵Em outras palavras, como estes fatores determinam o prêmio de risco que é exigido nas aplicações em ações.

equações (16), (17) e (18), que envolvem médias incondicionais, levam a diferentes resultados para o coeficiente de aversão relativa ao risco, conforme a tabela 1.^{26, 27} Isto é consequência de não ser satisfeita a hipótese apresentada em Mehra (2003) (mencionada na seção anterior) de o retorno do consumo ser perfeitamente correlacionado com o retorno das ações, como veremos mais adiante ao apresentarmos as correlações entre as variáveis das equações.²⁸ O valor obtido via equação (17), conforme Mehra (2003), é resultado da variância da série de retornos das ações ser grande.

Equação	Prêmio (a.a)	Parâmetro		α
16	6.314%	σ_{x,R_K}	0.1583%	38.5
17	6.314%	$\sigma_{R_K}^2$	2.597%	2.4
18	6.314%	σ_x^2	0.1312%	46.5

Tabela 1: Aversão Relativa ao Risco (α).
Estados Unidos: 1890-2000.

Na tabela 1, o valor de $\alpha = 38.5$ referente à equação (16) caracteriza o *Equity Premium Puzzle*. Este valor é muito acima de 10, que seria obtido com base nas teorias de ciclo econômico. A baixa covariância entre os retornos do ativo de risco e as taxas de crescimento real do consumo (σ_{x,R_K}) faz com que seja necessário um alto coeficiente de aversão relativa ao risco (α) para justificar o prêmio observado, de 6.3%. Em outras palavras, para obter α baixo, esta covariância deve ser enorme. Mehra (2003), utilizando argumentos de equilíbrio entre os retornos das ações e taxas de crescimento do consumo, utiliza o valor obtido pela equação (18) para apontar o *Puzzle*. De qualquer

²⁶Os dados norte-americanos são anuais, abrangendo o período 1890-2000.

²⁷Mehra (2003) reporta valor 0.00125 para a variância do consumo, próximo à obtida neste trabalho.

²⁸O gráfico A5 do apêndice 1 apresenta o comportamento da correlação entre retorno real do consumo per capita e retorno real do índice de ações, assinalando várias regiões específicas, que serão descritas posteriormente. Nas regiões III e IV, a correlação entre as séries de retornos de consumo e ação assumiram valores mais elevados, com média 0.6 e máximo em 0.8. Nas regiões V, VI e VII, houve grandes variações: a média foi 0.20, máximo em 0.64 e mínimo em -0.3.

forma, valores acima de 10, segundo o autor, caracteriza este *Puzzle*.

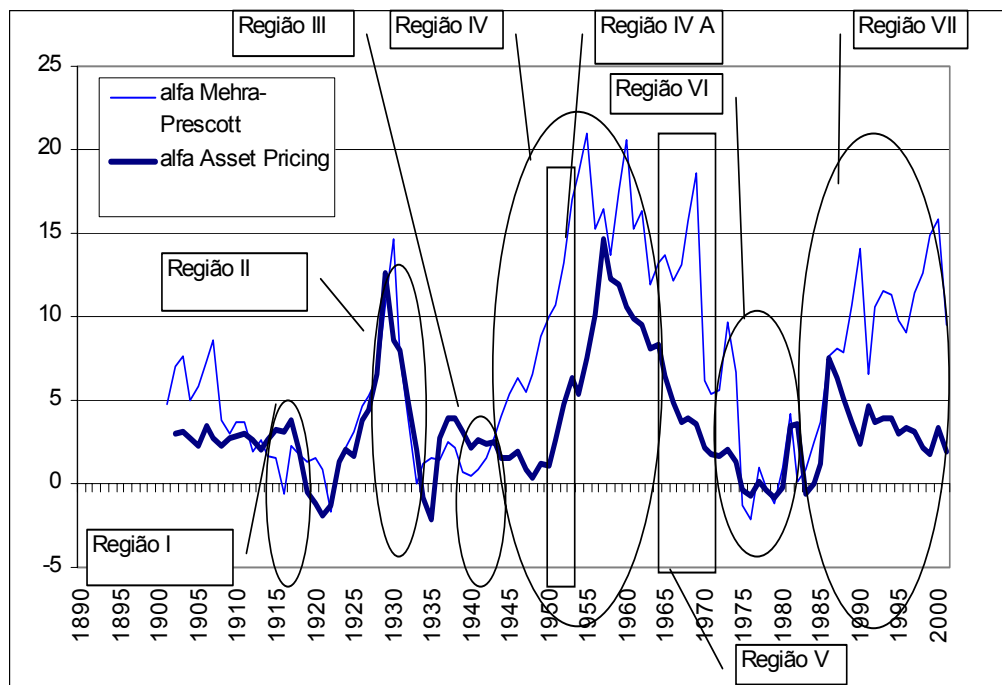
Kocherlakota (1990a), mencionando o artigo de Blume e Friend (1975), utiliza a equação (17). Ele obtém $\alpha = 1.80$ (próximo do nosso $\alpha = 2.4$).²⁹

O gráfico 1 mostra os valores de α ao longo dos períodos analisados, a partir das equações (10) e (17).^{30, 31} As regiões assinaladas, indo de I à VII, correspondem aos períodos da história americana.

²⁹Segundo Kocherlakota (1990a), a equação (17) está sujeita à uma forma da crítica de Roll (1977), onde a seleção do *portfolio* de mercado pode levar à superestimações do valor da variância. Mencionado no mesmo artigo, segundo Wheatley (1986), o uso de uma definição mais abrangente de *portfolio* de mercado produz uma estimativa de $\alpha \sim 16$.

³⁰Define-se uma janela de tamanho arbitrário, de 10 períodos (anual, no caso norte-americano, e trimestral, no caso brasileiro). Para gerar a série pela equação de *Asset Pricing*, calcula-se numericamente o valor do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) que faz a equação (10) ser satisfeita nesta janela. A versão desta equação é para um valor esperado de α com base na observação passada, como se fosse uma expectativa adaptativa. Este valor é guardado. Desloca-se para a janela seguinte, obtendo-se novo valor de α , e assim sucessivamente. Com este procedimento, admite-se que o coeficiente α varia ao longo do tempo (embora a função utilidade escolhida seja caracterizada por um coeficiente constante), mas se mantém constante dentro de cada janela. O fator de desconto (β) foi fixado em 0.995, no caso norte-americano e 0.96, no caso brasileiro. Note que o valor de α é extraído a partir de uma janela que olha do instante em questão para trás.

³¹Para gerar a série correspondente à derivação de Mehra-Prescott, aplicamos a equação (17), também em janelas de 10 períodos para o cálculo da média do prêmio e desvio-padrão do retorno das ações. As condições para o uso desta equação foram derivadas na seção 1. O emprego da equação (16) leva a valores explosivos para o coeficiente de aversão a risco (α), em momentos em que se aproxima de zero a covariância entre retornos reais do consumo e ações.

Gráfico 1: Aversão Relativa ao Risco (α)

A tabela 2 caracteriza estes diferentes períodos quanto ao valor de α . Períodos com α positivo são caracterizados por aversão ao risco, ao passo que períodos de α negativo representam indivíduos amantes do risco. Vê-se que períodos de alta aversão ao risco são seguidos por períodos de baixa aversão. Na equação (17), valores negativos de α correspondem a períodos de prêmio negativo.

Com relação às equações (10) e (17), as séries de α geradas apontam que quando a covariância entre as taxas de crescimento do consumo e os retornos das ações é elevada, temos que o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) assume valores baixos, conforme mencionado anteriormente. Tal comportamento é evidenciado nos gráficos 2 e 3.³²

³²O gráfico 2 é obtido a partir da equação de *Asset Pricing*. Assim, denominamos $\alpha_{Asset\ Pricing}$. Por outro lado, o gráfico 3 é baseado na equação de Mehra-Prescott

Região	Período		alfa Asset Pricing Equação (9)	alfa Mehra-Prescott Equação (13)
Região I	1914-1918 1ª Guerra	mín.	1.97	-0.62
		média	2.96	1.32
		máx.	3.86	2.25
Região II	1929-1933 Grande Depressão	mín.	2.00	0.00
		média	7.21	7.36
		máx.	12.59	14.62
Região III	1939-1945 2ª Guerra	mín.	1.55	0.49
		média	2.26	2.27
		máx.	3.07	5.39
Região IV	1946-1964 Baby Boom	mín.	0.38	5.42
		média	6.70	13.56
		máx.	14.66	21.01
Região IV A	1950-1953 Guerra da Coreia	mín.	1.13	10.04
		média	3.67	12.76
		máx.	6.28	17.00
Região V	1964-1973 Guerra do Vietnã	mín.	1.67	5.40
		média	3.86	11.34
		máx.	8.39	18.54
Região VI	1973-1982 Choque do Petróleo	mín.	-0.82	-2.12
		média	0.81	1.78
		máx.	3.54	9.68
Região VII	1983-2001 Pós-Volker Crises Financeiras	mín.	-0.59	0.81
		média	3.18	9.40
		máx.	7.55	15.83

Tabela 2: Aversão Relativa ao Risco (α). US: 1914-2001

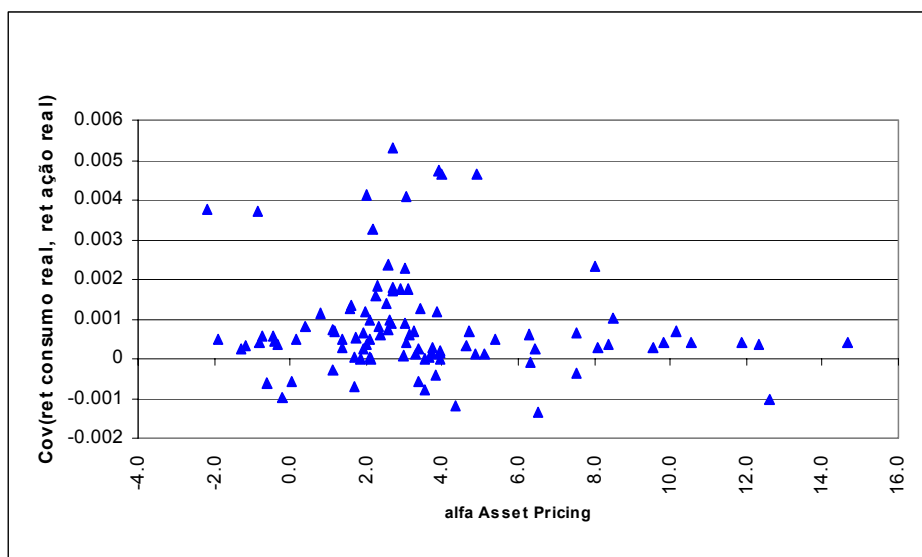


Gráfico 2: Aversão relativa ao risco (α). Estados Unidos: 1890-2000.

de modo a obter $\alpha_{Mehra-Prescott}$.

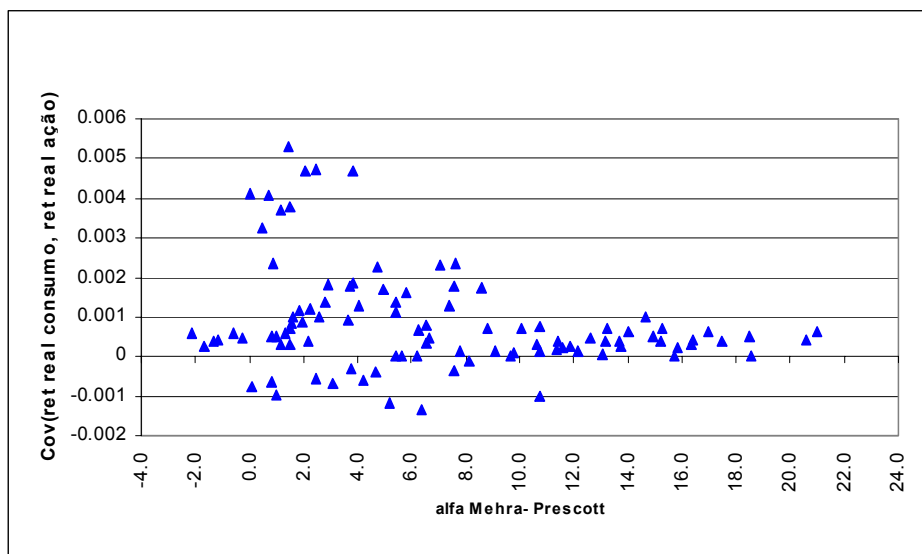


Gráfico 3: Aversão relativa ao risco (α). Estados Unidos: 1890-2000.

Uma outra forma de verificar este comportamento seria utilizar a equação (10), sob a ótica da covariância do fator de desconto estocástico (M) com os retornos das ações, que deve ser negativa, para gerar prêmios positivos.³³ O gráfico 4 mostra que à medida que α aumenta, cai a covariância negativa entre o fator de desconto estocástico e a série de retornos reais das ações. Além disso, o desvio-padrão do fator de desconto aumenta fortemente com α . Já o efeito sobre a média do fator é menor, mas também no sentido de aumento. É interessante notar o comportamento não-linear: em regiões de valores de coeficiente de aversão relativa ao risco (α) elevados, a covariância reage rapidamente; já em regiões onde α é baixo, a covariância reage mais lentamente. Isso explica porque os gráficos 2 e 3 apresentam uma

³³Partindo de uma tabela de vários valores (arbitrários) de α , pode-se gerar uma série do fator de desconto estocástico para cada α , com os dados disponíveis de retornos de consumo e ações, fixando o fator de desconto intertemporal (β) em 0.995, para o caso norte-americano, e 0.96 no caso brasileiro. Para cada série gerada, calculam-se o desvio-padrão e média incondicionais para o fator de desconto estocástico M .

concentração de pontos na região de α baixo e melhor definição nas regiões de α elevado. Quanto à relação do prêmio com o coeficiente α , em períodos de maior aversão relativa ao risco espera-se que os investidores exijam um prêmio maior. Ambas as equações (10) e (17) apontam este comportamento, que é retratado nos gráficos 5 e 6.

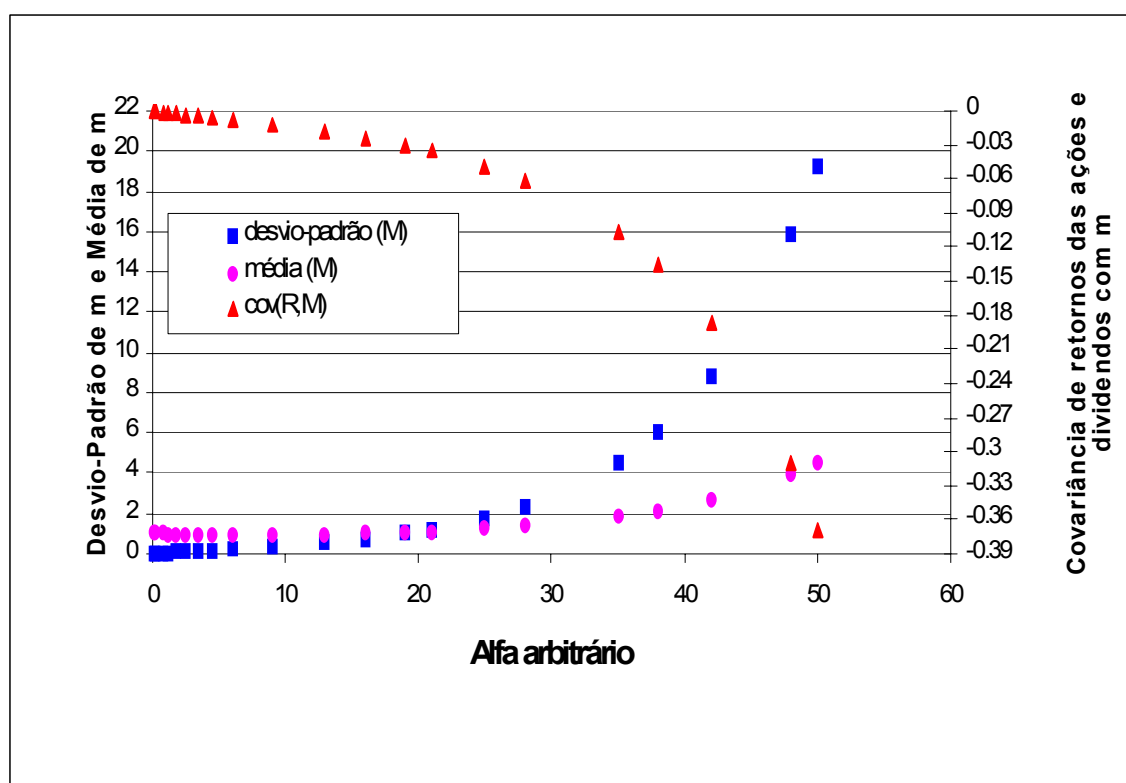


Gráfico 4: Simulação com valores arbitrários da aversão relativa ao risco (α). Estados Unidos: 1890-2003.

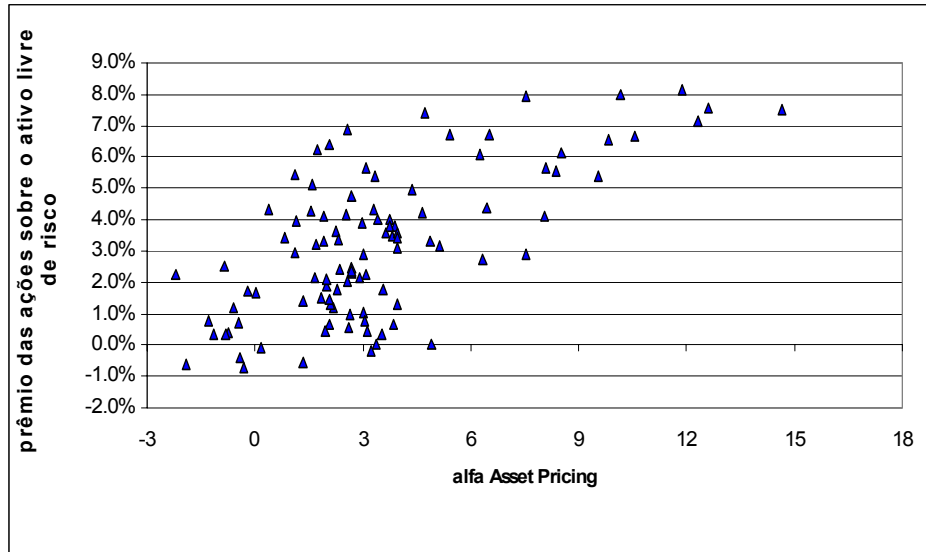


Gráfico 5: Aversão relativa ao risco e prêmio de risco das ações.
Estados Unidos: 1890-2000.

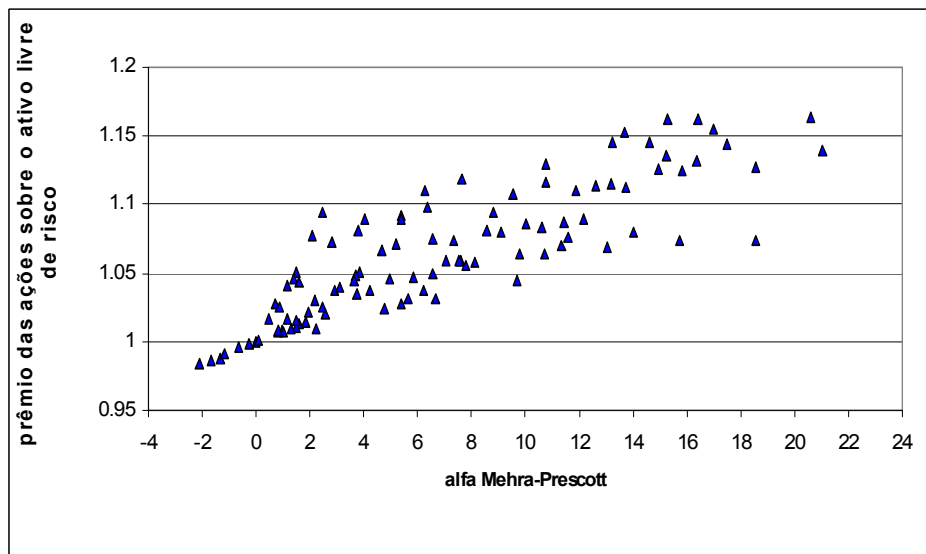


Gráfico 6: Aversão Relativa ao risco e Prêmio de Risco das ações.
Estados Unidos: 1890-2000.

Um outro ponto do modelo de *Asset Pricing* é que os investidores desejam suavizar o consumo ao longo do tempo. Baixos desvios-padrões das taxas de crescimento reais de bens de consumo não-duráveis e dos serviços *per capita* indicam situações de suavidade no consumo, ao passo que a observação de volatilidades elevadas nesta série indicam situações de não-suavidade. A equação (18) indica que para um prêmio observado, investidores com alta aversão relativa ao risco (α elevado) produzem baixa volatilidade de consumo. Assim, os gráficos 7 e 8 mostram que tanto no modelo de *Asset Pricing* de Lucas (1978) quanto na formulação descrita em Mehra (2003) quando o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) é alto (baixo), o desvio-padrão da série de consumo assume valores menores (maiores).

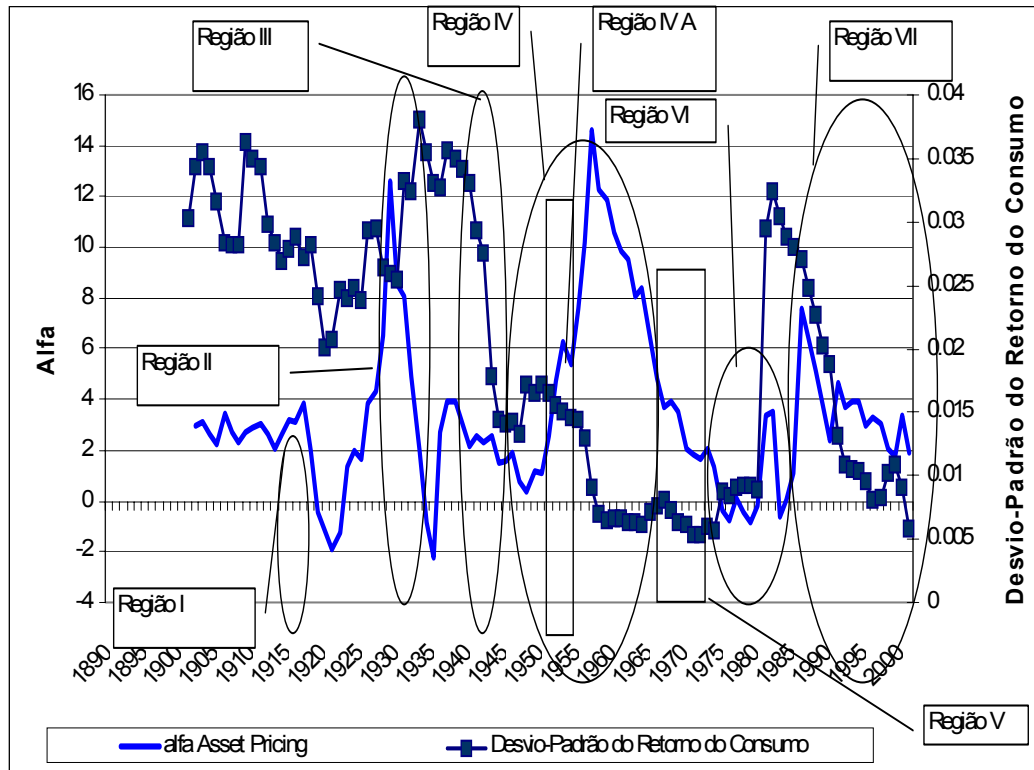


Gráfico 7: Aversão relativa ao risco. Modelo de *Asset Pricing* ($\alpha_{Asset\ pricing}$) e desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo. Estados Unidos: 1890-2000.

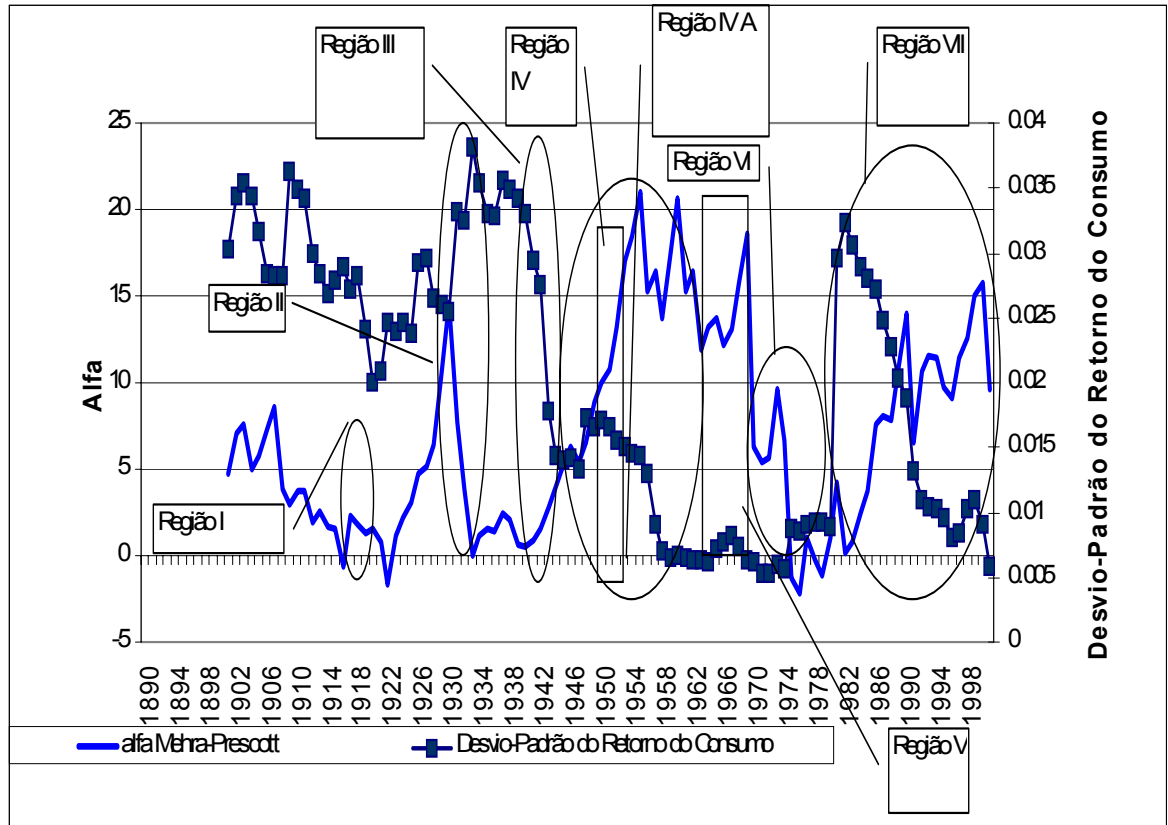


Gráfico 8: Aversão relativa ao risco e desvio-padrão da taxa de crescimento do consumo. Modelo de Mehra (2003) ($\alpha_{\text{Mehra-Prescott}}$). Estados Unidos: 1890-2000

A tabela 3 apresenta a matriz de correlações das séries envolvidas na equação de apreçamento de ativos.

	Desvio-Padrão do Consumo (+)	Desvio-Padrão de Ações (+)	Alfa (Asset Pricing)	Alfa (Mehra-Prescott)	Cov(Ações, Consumo)	Prêmio (média móvel)	Dividendos (+)	Prêmio
Desvio-Padrão do Consumo (+)	1.0000 **	0.7154*	-0.1357*	-0.5094*	0.5134**	-0.2058*	0.4769**	-0.0221*
Ações (+)	0.0325**	-0.0214*	0.0571	0.0423	0.1671	0.4266**	0.0237	0.9682**
Ativo Livre de Risco (+)	0.2145	-0.2773	0.2286	0.0891	0.3184**	-0.0868	0.4595**	-0.2327*
Consumo (+)	-0.1497**	0.1916**	-0.0252*	-0.0309*	-0.0101	0.1498	-0.1207	0.4227**
Prêmio (média móvel)	-0.2058	-0.1000**	0.6645**	0.7254**	0.0592	1.0000 **	0.2332*	0.4366**
Dividendos (+)	0.4769**	0.3583	0.3421**	0.0875	0.5284**	0.2332*	1.0000 **	-0.0919*

Tabela 3: Correlações entre as variáveis. (+) retornos reais das séries; (*) significância ao nível de 5% e (**) significância ao nível de 1%.

Nota-se na tabela 3 que o prêmio tem alta correlação com o retorno real das ações - como é de se esperar, pois a variação experimentada pelo prêmio deve ser proveniente da volatilidade das ações - ao passo que o componente correspondente ao ativo livre de risco tem correlação de somente -0.23 com o prêmio. Assim, espera-se que os fatores que influenciam o retorno das ações tenham também influência na variação do prêmio. A correlação entre a série de dividendos e a série do ativo livre de risco é de 0.46. A média móvel do prêmio apresenta correlação 0.67 com o coeficiente de aversão relativa ao risco (α), no caso em que este foi gerado pela equação (10); e 0.73, no caso em que α foi gerado pela equação (17).³⁴ Contudo, se calcularmos estes valores para o período até 1980, obtemos respectivamente 0.74 e 0.86. A correlação dos retornos do ativo livre de risco com o coeficiente de aversão ao risco foi maior que a correlação das ações com este coeficiente; a diferença

³⁴A média móvel do prêmio foi calculada com janela de mesmo tamanho que o coeficiente de aversão relativa ao risco (α).

sendo mais acentuada no caso da série de $\alpha_{\text{Asset Pricing}}$ do que na de $\alpha_{\text{Mehra Prescott}}$.³⁵

3.1.2. Dados Brasileiros

A tabela 1a apresenta os resultados para os dados brasileiros, quando aplicamos a metodologia descrita em Mehra (2003).³⁶ Vamos que para explicar o prêmio médio de 3.02% (a.t.), observado no período 1991:1 à 2003:3, as equações (16) à (18) não requerem valores do coeficiente de aversão ao risco (α) tão elevados quanto no caso norte-americano. A equação (16) implica um valor negativo para α no Brasil (indivíduos amantes ao risco). Já as equações (17) e (18) levam a valores próximos a zero, correspondendo à neutralidade ao risco ao investidor brasileiro.

O gráfico 1a mostra os valores do coeficiente de aversão relativa ao risco (α), a partir das equações (10) e (17), aplicando o mesmo procedimento que no caso norte-americano. O uso da equação (17) implica valores reduzidos para α , devido à alta volatilidade do mercado de ações brasileiro. Como no caso norte-americano, valores negativos de α correspondem a prêmios negativos. Ao longo do período analisado, valores negativos de prêmio ocorreram com frequência.

Os gráficos 2a e 3a mostram o comportamento da covariância entre as taxas de crescimento do consumo *per capita* e os retornos reais das ações com relação aos coeficientes de aversão relativa ao risco ($\alpha_{\text{Asset Pricing}}$ e $\alpha_{\text{Mehra e Prescott}}$). No gráfico 2a é maior a evidência da alteração de papel entre a covariância e o coeficiente α em módulo.

³⁵A variabilidade do consumo, medida pelo desvio-padrão das taxas de crescimento real desta série apresenta correlações de 0.48 com os dividendos e 0.72 com o desvio-padrão dos retornos reais das ações. As séries do ativo livre de risco e a de dividendo, que têm maior correlação com a covariância entre o consumo e a ação, apresentaram melhores resultados ao serem utilizadas como instrumentos nas estimações por GMM, conforme veremos na próxima seção. Este comportamento relativo à correlação e à qualidade de estimação no GMM é mencionado em Campbell (1997, Capítulo 8) e também em Bansal e Yaron (2000).

³⁶Os dados brasileiros são trimestrais, de 1991:1 à 2003:3

Valores elevados (baixos) da covariância ocorrem quando os valores de α são baixos (altos). Neste gráfico, valores de covariância entre 0 e 0.0005 ocorrem para $\alpha \sim 10$. Quando $\alpha \rightarrow 0$, a covariância é praticamente o triplo.

Equação	Prêmio (a.t)	Parâmetro α		
16	3.022%	$\sigma_{x,RK}$	-0.578%	-5.225
17	3.022%	σ_{RK}^2	6.076%	0.497
18	3.022%	σ_x^2	4.700%	0.643

Tabela 1a: Aversão relativa ao risco (α).
Brasil: 1991:1-2003:3.

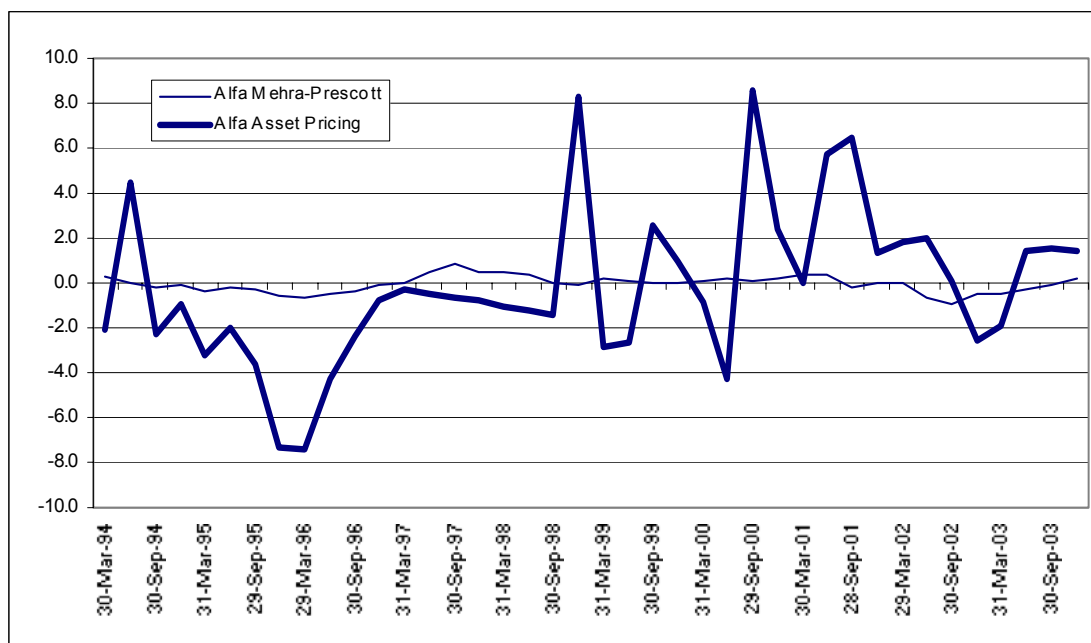


Gráfico 1A: Aversão Relativa ao Risco (α). Brasil: 1991:1-2003:3.

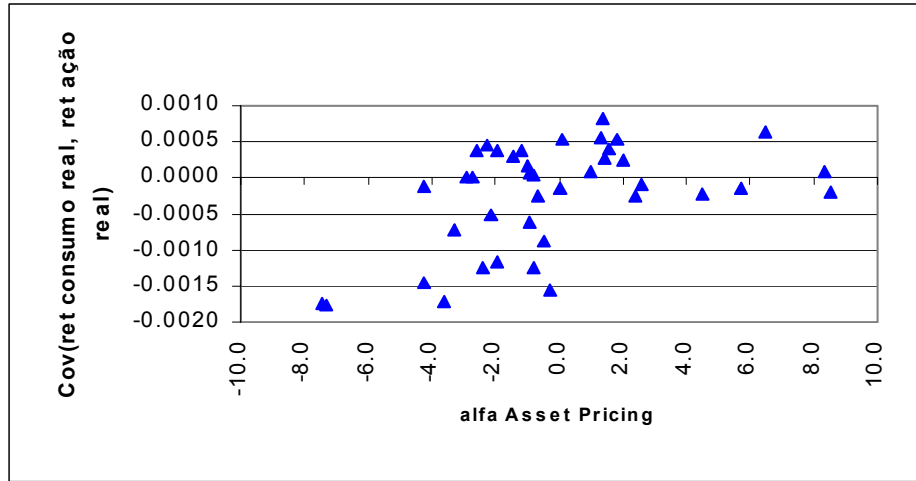


Gráfico 2a: Aversão relativa ao risco (α). Equação de *Asset Pricing*. Brasil: 1991:1-2003:3.

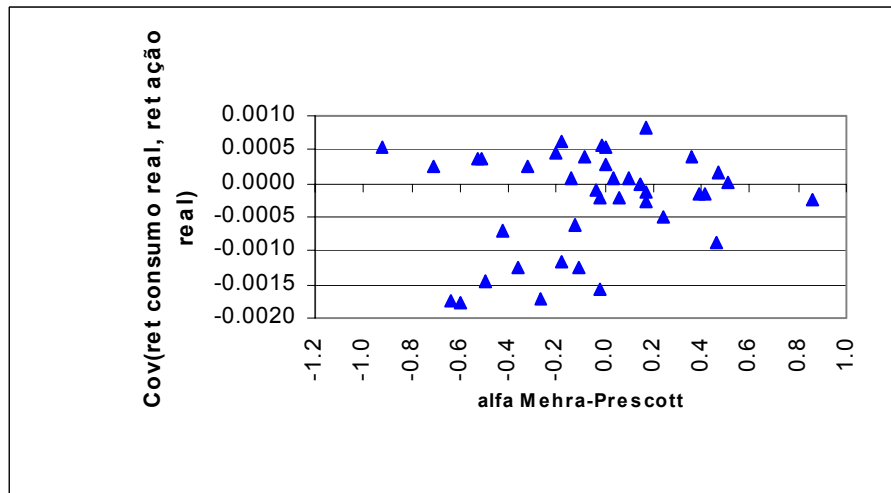


Gráfico 3a: Aversão relativa ao risco (α). Equação de Mehra-Prescott. Brasil: 1991:1-2003:3.

O gráfico 4a apresenta os resultados das simulações do desvio-padrão e média do fator de desconto estocástico (M) e de sua covariância com os retornos reais das ações, a partir de valores arbitrários

do coeficiente de aversão relativa ao risco (α). A covariância, como no caso norte-americano, também apresenta comportamento não linear com o aumento do coeficiente de aversão relativa ao risco (α). Para valores de α elevados (reduzidos), a covariância reage mais rapidamente (lentamente). Na região de $\alpha \leq 20$, que correspondem aos valores observados nas estimações por GMM, a covariância apresenta valores negativos, podendo gerar prêmios positivos. Contudo, nota-se que, diferentemente do caso norte-americano, à medida que o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) se eleva, a covariância assume valores positivos, podendo gerar prêmios negativos, de acordo com a equação (8). Como no caso norte-americano, o desvio-padrão do fator de desconto estocástico (M) eleva-se fortemente com α , ao passo que a média de M eleva-se numa menor intensidade.

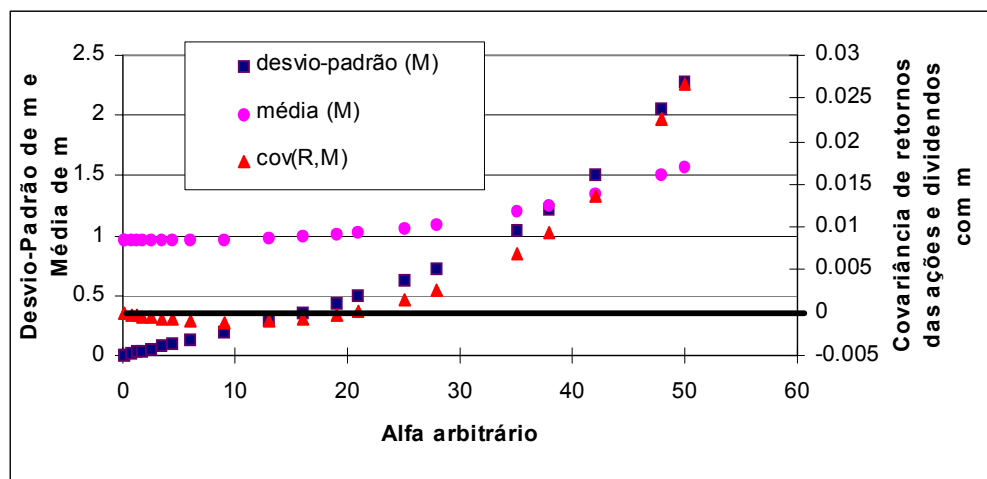


Gráfico 4a: Simulação com valores arbitrários da aversão relativa ao risco (α). Brasil: 1991:1-2003:3.

O gráfico 5a, que utiliza a formulação de *Asset Pricing*, não permite concluir que maior prêmio das ações é exigido por investidores aversos ao risco. Contudo, o gráfico apresenta pontos onde investidores amantes

do risco ($\alpha_{\text{Asset Pricing}} < 0$) aceitam prêmios mais negativos. Já o gráfico 6a, na formulação de Mehra (2003) evidencia a exigência de maior prêmio à medida que a aversão relativa ao risco ($\alpha_{\text{Mehra-Prescott}}$) cresce.

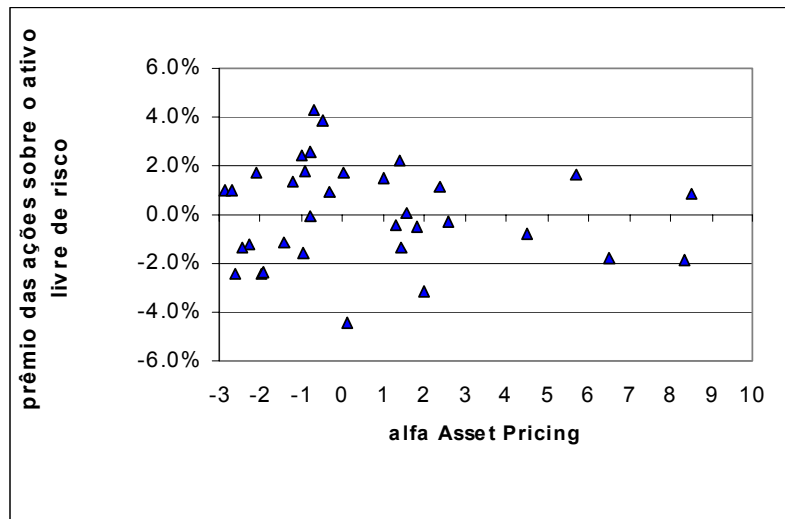


Gráfico 5a: Aversão ao risco e prêmio de risco das ações. Brasil: 1991:1-2003-3.

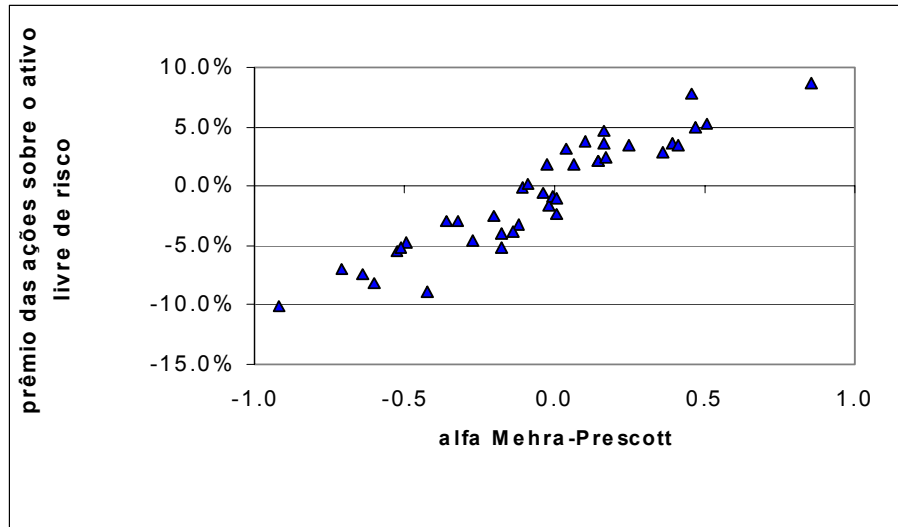


Gráfico 6a: Aversão ao risco e prêmio de risco das ações. Brasil: 1991:1-2003:3.

Também no caso brasileiro, adotando o desvio-padrão das taxas de crescimento do consumo como medida de suavidade do plano intertemporal de consumo do indivíduo, notamos que em situações de maior (menor) aversão relativa ao risco (α), o consumo é mais (menos) suave. Este comportamento é descrito tanto no gráfico 7a - relativo à formulação de *Asset Pricing*- como no gráfico 8a - relativo à Mehra (2003).

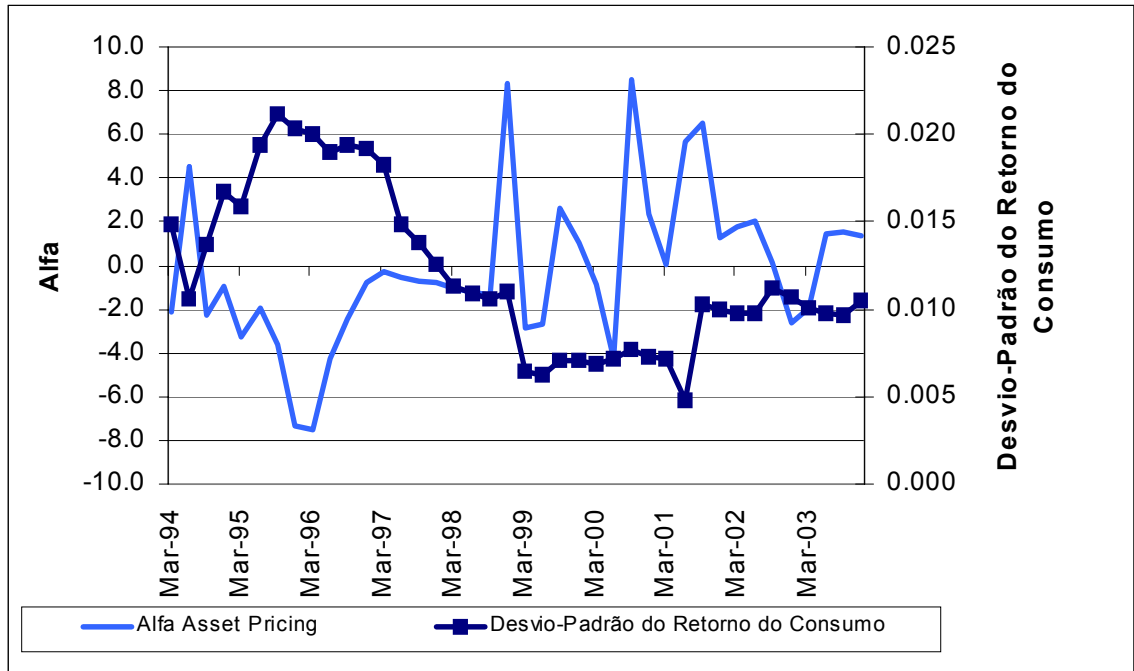


Gráfico 7a: Aversão relativa ao risco. Modelo de *Asset Pricing* ($\alpha_{Asset\ pricing}$) e desvio-padrão do consumo. Brasil: 1991:1 - 2003:3

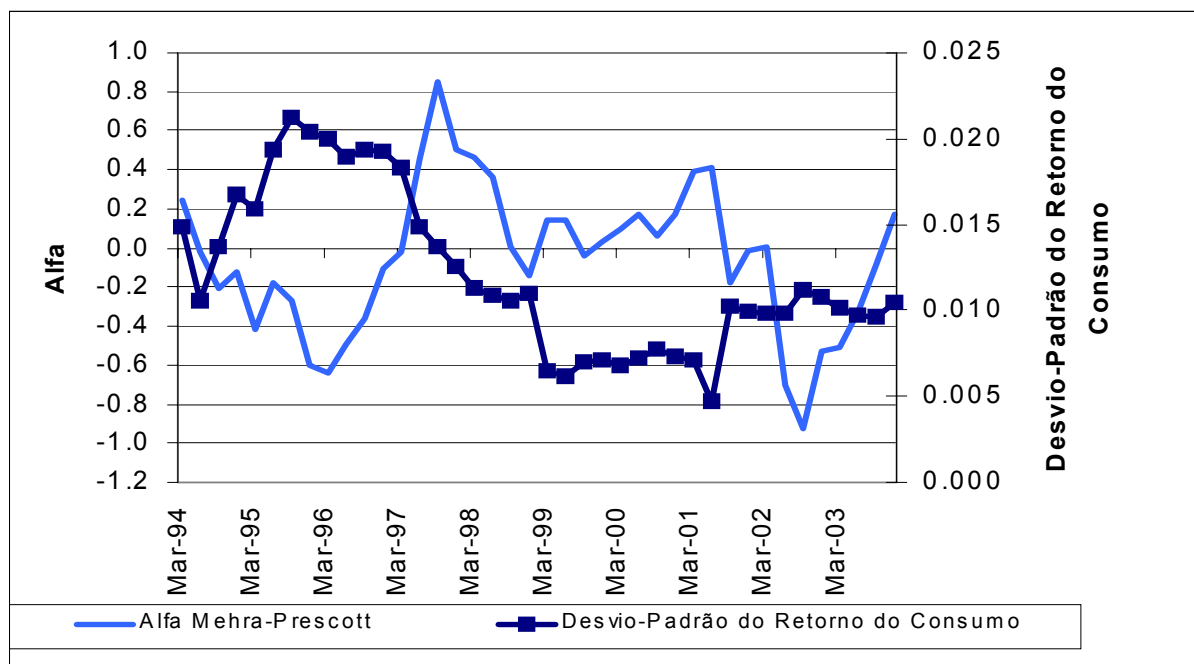


Gráfico 8a: Aversão relativa ao risco e desvio-padrão do consumo.
Modelo de Mehra (2003). Brasil: 1991:1-2003:3.

A tabela 3a apresenta a matriz de correlações das séries. Ao contrário do caso norte-americano, não se verifica uma alta correlação dos retornos reais das ações com o prêmio (29% no caso brasileiro e 97% no caso norte-americano). A correlação do prêmio com as séries dos coeficientes de aversão relativa ao risco ($\alpha_{\text{Asset Pricing}}$ e $\alpha_{\text{Mehra-Prescott}}$) geradas pelas equações (10) e (17) é menor que no caso norte-americano. Este comportamento pode também ser evidenciado na comparação respectiva dos gráficos 5 e 6 com os gráficos 5a e 6a. Como nos Estados Unidos, os retornos reais do ativo livre de risco apresentam maior correlação com as séries $\alpha_{\text{Asset Pricing}}$ e $\alpha_{\text{Mehra-Prescott}}$ que a série de ações. No caso brasileiro, também verificamos que o ativo livre de risco apresenta correlação mais elevada com a covariância de consumo e ações, justificando usá-lo como instrumento em nossas estimações por GMM do coeficiente de aversão relativa ao risco.

	Ativo Livre de Risco (+)	Alfa (Asset Pricing)	Alfa (Mehra-Prescott)	Cov(Ações, Consumo)	Desvio-Padrão do Consumo(+)	Prêmio (média móvel)
Ações (+)	0.0516	0.0197	-0.1516	-0.1285	0.0537	0.2886
Ativo Livre de Risco (+)	1.0000**	0.3175*	-0.0924	-0.3227*	0.3851*	0.0015
Consumo (+)	0.0051	0.0427	-0.1992	-0.1664	0.1708	-0.0025
Desvio-Padrão do Consumo(+)	0.3851*	0.0364	-0.5276**	-0.7855**	1.0000**	-0.3935*
Variância das Ações (+)	0.1418	0.3872*	-0.0125	-0.0920	-0.2213	0.1437
Prêmio (média móvel)	0.0015	0.0495	0.1979	0.2070	-0.3935*	1.0000**

Tabela 3a: Correlações entre as variáveis. Brasil: 1991:1-2003:3. (+) retornos reais das séries; (*) significância ao nível de 5% e (**) significância ao nível de 1%.

3.2. Testes e Estimações

O primeiro objetivo desta seção é realizar testes sobre os dados norte-americanos e brasileiros, em particular, no que diz respeito à log-normalidade e estacionariedade das séries de consumo e de ações. O teste de log-normalidade é necessário para justificar o procedimento de Mehra (2003), apresentado na primeira seção. O teste de estacionariedade, além de mostrar se há indícios de cointegração, é uma condição requerida pelo método de estimação empregado, o GMM. Em seguida, utilizando este método, estimamos o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e a taxa de desconto intertemporal da função utilidade (β).³⁷

³⁷Vide no apêndice 2, os testes de Log-Normalidade e Estacionariedade para os dados norte-americano e brasileiro.

3.3. Resultados das Estimações por GMM

Apresentamos aqui as estimações do coeficiente de aversão relativa ao risco ($\hat{\alpha}$) e o fator de desconto da utilidade no tempo ($\hat{\beta}$) pelo método GMM, segundo a equação (19). Vide a tabela 4.³⁸

Estimação	Período Utilizado	Instrumentos	$\hat{\beta}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	$\hat{\alpha}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	p-valor da estatística T x J	Método
I	1896-2000	K, C(-6), C(-5), C(-4), C(-2), R(-6), R(-4), R	0.959059 (0.021036) (45.59186)	2.674441 (1.259778) (2.123037)	0.351341	NWF Kernel quadrático
II (dividendos)	1933-2000	K, C(-6), C(-4), C, D(-6), D(-4), D	0.901063 (0.012603) (71.49461)	1.604495 (0.503688) (3.185496)	0.852155	NWF Kernel quadrático
III (taxa livre de risco nominal)	1895-2000	K, B, B(+1), C(-5), C(-4), C, R(-4), R	0.949719 (0.022860) (41.54465)	2.738080 (1.108915) (2.469153)	0.548054	NWF Kernel Bartlett

Tabela 4. Fator de Desconto da Utilidade ($\hat{\beta}$) e da Aversão Relativa ao Risco ($\hat{\alpha}$). Método GMM. Estados Unidos: 1890-2000.

Os p-valores da estatística $T \times J$ apresentados validam as estimações por GMM, pois estão acima de 5%, conforme discutido na

³⁸ Aplicamos o método para diversos instrumentos e períodos, gerando os grupos de estimações I ao III. As variáveis contemporâneas são denotadas por $C(+1)$, que representa C_{t+1}/C_t , e $R(+1)$, que corresponde à $1 + R_{k,t+1}$. A notação das defasagens das variáveis instrumentais é coerente com esta notação das variáveis contemporâneas. O grupo II inclui defasagens de retornos reais de dividendos como instrumentos, denotados por $D(+k) = d_{t+k}/d_{t+(k-1)}$. Iniciamos no ano de 1927, pois é o início da série de dividendos utilizada, proveniente do CRSP. O grupo III inclui a taxa nominal de juros livre de risco, nas defasagens $B(+1)$ e B . Todos os grupos de estimação utilizam uma constante (K). Conforme descrito na seção 2.1, as formas funcionais utilizadas para o cálculo do *kernel* foram a quadrática e a de Bartlett. Os métodos de determinação da largura da banda (*bandwidth*) empregados foram de Newey-West com largura fixa de banda (NWF), onde a largura é função do número de pontos. Já os métodos de Andrews (ADW) e Newey-West variável (NWW) empregam autocorrelações dos dados utilizados para a determinação da banda. A técnica de *prewhitening* (pw) ajusta um modelo AR(1) aos resíduos antes de calcular a matriz.

seção 2.1. Maior evidência contra o modelo ocorre no grupo I. Os valores de $\hat{\beta}$ variam de 0.90 à 0.96, todos abaixo de 1. A mediana foi de 0.95. Os valores de $\hat{\alpha}$ ficaram entre 1.61 e 2.74, com mediana de 2.67.³⁹

Campbell (1997, Capítulo 8) reporta valores na tabela 8.2, p.312, para o coeficiente de aversão relativa ao risco, obtidos pelo método das variáveis instrumentais, utilizando *commercial papers* e índice de ações (S&P500) como instrumentos, com defasagem (1) e também (1) e (2) para dados anuais de 1890-1994. Os valores variam de 0.235 à 6.365, com média 2.38425 e mediana 1.4685.

Hansen e Singleton (1984) reportam valores obtidos a partir de séries mensais nas tabelas I e III. Assim, ao comparar com os valores obtidos, devemos levar em conta a frequência.

Kocherlakota (1990a), na tabela 4, p.296, mostra valores de $\hat{\beta}$ igual à 0.983 e $\hat{\alpha}$ igual à 2.7, usando dados anuais de Mehra-Prescott (1985) de 1889 à 1978.

Com relação às estimações envolvendo dados brasileiros, segundo mencionado na seção de descrição de dados, dividimos a análise em dois períodos: o período I, compreendendo 1991:1 à 2003:3; e o período II, compreendendo 1996:2 à 2003:3, para o qual temos a série do índice IBOVESPA com dividendos.⁴⁰ A tabela 5 apresenta os resultados das estimações. Os conjuntos denominados V, VIII e IX utilizaram os retornos das ações calculados segundo a equação (4). Os demais conjuntos empregaram a equação (22).

³⁹Conforme mencionado em seções anteriores, os instrumentos que geraram melhor desempenho nas estimações foram aqueles de maior correlação com a covariância entre crescimento real do consumo *per capita* e retorno real de ações. O melhor desempenho é obtido pelo maior p-valor da estatística $T \times J$.

⁴⁰No período I realizamos estimações com o índice IBOVESPA sem dividendos, somente. No período II, realizamos estimações utilizando as séries sem dividendos e com dividendos, para poder comparar resultados.

Estimação	Período Utilizado	Instrumentos	$\hat{\beta}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	$\hat{\alpha}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	p-valor da estatística $T \times J$	Método
I	I	K, C(+1), C(-1), C(-6), C(-8), R(+1), R(-3), R(-5), R(-6), R(-8)	0.954086 (0.023734) (40.19833)	2.701281 (1.042053) (2.592267)	0.970229	ADW Kernel Bartlett
II	I	K, C(+1), C(-1), C(-6), C(-8), R(-1), R(-6), R(-8)	0.95857 (0.020021) (47.87758)	4.575938 (1.191845) (3.839372)	0.445000	VNW Kernel Bartlett
III	I	K, C(-1), C(-5), B, B(+1)	0.972695 (0.027745) (35.05806)	2.414232 (0.733384) (3.291908)	0.790815	ADW Kernel Bartlett
IV	I	K, C(-1), C(-5), B, B(+1)	0.961847 (0.22915) (41.97443)	2.892086 (0.977283) (2.959314)	0.789502	VNW Kernel Bartlett pw
V	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), R, R ²	0.943129 (0.020751) (45.45088)	3.218362 (1.352134) (2.380209)	0.308875	VNW Kernel Bartlett
VI	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), C(-6), R, R ² , R(-1)	0.958227 (0.018542) (51.67836)	4.018672 (1.964202) (2.045957)	0.322058	ADW Kernel Bartlett pw
VII	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), R, R ² , R(-6)	0.947269 (0.017008) (55.6954)	3.476748 (1.273326) (2.730477)	0.395483	VNW Kernel Bartlett pw
VIII	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), R, R ² , B	0.955979 (0.027485) (34.78137)	4.276759 (2.085264) (2.050944)	0.240721	ADW Kernel Bartlett
IX	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), R, R ² , B	0.948069 (0.02028) (46.74926)	3.625704 (1.296175) (2.797233)	0.333335	VNW Kernel Bartlett
X	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), C(-6), B(+1), B, R ²	0.96548 (0.027256) (35.42228)	4.171685 (1.975233) (2.111996)	0.290699	ADW Kernel Bartlett pw
XI	II	K, C(+1), C(-1), C(-4), C(-6), B(+1), B, R ²	0.927418 (0.024375) (38.04865)	3.894788 (1.345619) (2.894422)	0.243099	VNW Kernel Bartlett

Tabela 5. Aversão relativa ao risco (α) e fator de desconto intertemporal da função utilidade (β). Método GMM. Brasil

Considerando a estatística $J \times T$, maior evidência contra o modelo ocorre no conjunto de estimação VIII. Com relação ao valor do fator de desconto intertemporal da função utilidade ($\hat{\beta}$), para os conjuntos

relativos ao período I, obtivemos valores entre 0.95 e 0.97, com mediana 0.96. Para o período II, os valores ficaram entre 0.93 e 0.97, com mediana 0.95. Considerando os dois períodos, a mediana foi de 0.96. As estimações do coeficiente de aversão relativa ao risco ($\hat{\alpha}$), considerando o período I, ficaram entre 2.41 e 4.58, com mediana 2.80. Para o período II, os valores ficaram entre 3.22 e 4.28, com mediana 3.89. Considerando os dois períodos, a mediana foi de 3.626. Vemos que não houve grande diferença ao empregar a definição de retorno das ações usando a equação (4) ou a equação (22).

Issler e Piqueira (2000), na tabela 1(b), p.219, reportam valores do coeficiente de aversão relativa ao risco ($\hat{\alpha}$) entre 0.891 e 2.202, significativos a 5%, a partir de dados trimestrais ajustados para sazonalidade, no período 1975-1994. Considerando todos os valores, inclusive os não-significativos, a mediana fica em 0.62. No mesmo artigo, a tabela 1(c), p.220, reporta valores entre 1.176 e 6.4381 (mediana de 1.70) para o mesmo período, utilizando variáveis *dummy* para ajuste de sazonalidade, todos significativos a 1%. Estimando com dados anuais, a tabela 1(a), p.218, apresenta valores entre 2.64 e 6.820. Nakane e Soriano (2003), na tabela 2, p.17, obtêm o valor de 4.3209 para o coeficiente $\hat{\alpha}$, estimando para o período 1991:1 a 2002:1.⁴¹

A tabela 6 mostra estimações por GMM dos coeficientes de aversão ao risco ($\hat{\alpha}$) e do fator de desconto intertemporal da utilidade ($\hat{\beta}$) para os períodos anterior e posterior ao Plano Real (1991:1 à 1994:2 e 1994:3 à 2003:3, respectivamente). No período Pré-Real, obtivemos coeficiente de aversão ao risco ($\hat{\alpha}$) igual à 0.8845. No período Pós-Real, o $\hat{\alpha}$ elevou-se para 2.119. O fator de desconto intertemporal mostrou-se mais baixo no período anterior ao Plano Real relativamente ao período posterior.

⁴¹Apesar do trabalho de Nakane e Soriano (2003) utilizarem o modelo monetário de Sidrauski, um dos parâmetros estimados é o coeficiente de aversão relativa ao risco.

Estimação	Período Utilizado	Instrumentos	$\hat{\beta}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	$\hat{\alpha}$ (desvio-padrão) (t-estatístico)	p-valor da estatística T x J	Método
Pré-Real	1991:1 à 1994:2	K, C, C(-2), C(-4), C(-5), R(-2), B, B(-1)	0.893730 (0.009462) (94.45010)	0.884454 (0.153791) (5.751022)	0.271090	ADW Kernel Bartlett pw
Pós-Real	1994:3 à 2003:3	K, C, C(-2), C(-4), C(-5), R(-2), B, B(-1)	0.971105 (0.025213) (38.51663)	2.119257 (0.429622) (4.932840)	0.306090	ADW Kernel Bartlett pw

Tabela 6. Aversão relativa ao risco (α) e do fator de desconto intertemporal da utilidade (β). Método GMM. Brasil. Pré e Pós Plano Real.

A tabela 7 apresenta os resultados a partir da formulação descrita em Mehra (2003), segundo as equações (16) à (18), aos dados brasileiros. Analisamos o período inteiro (1991:1 à 2003:3) e os períodos anterior e posterior à implementação do Plano Real, para poder comparar com nossos resultados obtidos por GMM. Para o período inteiro, vemos que a equação (16) gera um valor do coeficiente de aversão ao risco (α) muito elevado e negativo, de -5.22, devido à covariância entre as taxas de crescimento do consumo *per capita* (x) e os retornos das ações (R) ser negativa. Este resultado diverge de nossas estimativas a partir do método GMM, cuja mediana foi 3.63, no período inteiro. No período pré-Real, o parâmetro apresentou valor alto e positivo, indicando aversão ao risco, mas reduziu-se no período após o plano. Considerando a aplicação da equação (17), que utiliza a variância da série de ações, observamos que α indica aproximadamente neutralidade ao risco. Este comportamento de redução de α também foi observado quando usamos os dados americanos e está associado à alta variância da série de retornos. A equação (18), que envolve a variância da série de consumo, indica uma aversão relativa ao risco positiva, de 4.20, no período pré-Real, reduzindo-se à 2.133 no período pós-Real. Também nestes sub-períodos os resultados divergem das es-

timações por GMM, onde obtivemos 0.88 e 2.12.^{42, 43}

Equação	Período 1991:1 à 2003:3			Período Pré-Real (1991:1 à 1994:2)			Período Pós-Real (1994:3 à 2003:3)		
	Prêmio (a.t)	Parâmetro	α	Prêmio (a.t)	Parâmetro	α	Prêmio (a.t)	Parâmetro	α
Eq. 16	3.022%	$\sigma(x,R)$ -0.578%	-5.225	9.89%	$\sigma(x,R)$ 1.649%	6.000	0.210%	$\sigma(x,R)$ 0.268%	0.785
Eq. 17	3.022%	$\sigma(R,R)$ 6.076%	0.497	9.89%	$\sigma(R,R)$ 10.030%	0.986	0.210%	$\sigma(R,R)$ 4.277%	0.049
Eq. 18	3.022%	$\sigma(x,x)$ 4.700%	0.643	9.89%	$\sigma(x,x)$ 2.356%	4.200	0.210%	$\sigma(x,x)$ 0.099%	2.133

Tabela 7. Aversão relativa ao risco (α). Metodologia de Mehra (2003). Brasil: Pré e Pós Plano Real.

3.4. O Equity Premium Puzzle

A identificação do *Equity Premium Puzzle*, segundo Hansen e Cochrane (1992), é feita através da fronteira média-variância do fator de desconto estocástico (M), gerada a partir da formulação de prêmios. O valor do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) necessário para gerar um fator de desconto estocástico válido de acordo com a fronteira é muito maior que aquele obtido pela estimação via GMM.⁴⁴ Campbell (1997, Capítulo 8), seguindo a formulação da fronteira a partir de retornos do índice de ações S&P500, também conclui que o valor do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) também deve ser maior que aquele obtido em estimativas de GMM.⁴⁵

Um critério alternativo para identificar o *Equity Premium Puzzle* consiste em utilizar a série de dados das taxas de crescimento do

⁴²Notamos que a divergência manifesta-se inclusive na magnitude do coeficiente de aversão ao risco: na estimação por GMM, o período pós-Real apresentou maior valor para o coeficiente; enquanto na estimação pelo método apresentado em Mehra (2003), o período pré-Real apresentou maior valor.

⁴³Como no caso norte-americano, a equação (17) está sujeita à crítica de Roll (1977), conforme Kocherlakota (1990a), onde o uso do *portfolio* de mercado pode levar à superestimções da variância da série de retornos de ações. Ressaltamos também que o uso das equações (17) e (18) supõe a condição de equilíbrio de que o consumo advém do retorno das ações ($x = R$).

⁴⁴Com dados americanos trimestrais de 1947 à 2000, os autores chegam a um valor de $\alpha = 40$.

⁴⁵Campbell (1997) utiliza dados norte-americanos de 1891-1994. O valor de α necessário para gerar um fator de desconto estocástico válido é 25, segundo o autor.

consumo *per capita*, dos retornos das ações e retornos do ativo livre de risco para estimar o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) requerido pela equação (8) de modo a gerar o prêmio médio observado. Contudo, deve-se considerar que a equação (8) baseia-se em uma média incondicional, ao passo que o método de GMM incorpora as informações fornecidas pelos instrumentos de forma condicional. Levando isso em conta, a partir da equação (8), considerando dados norte-americanos, utilizando-se $\beta = 0.95$, um valor do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) igual à 28.55 seria necessário para que a equação (8) gerasse um prêmio médio de 6.31% ao ano para o índice de ações. Kandel e Stambaugh (1987), segundo Campbell (1997), apontam um valor de 29. Assim, o *Equity Premium Puzzle* está associado à divergência entre o valor estimado de $\hat{\alpha}$, de 2.70, e o valor de 28.55, obtido usando a equação (8) como referência. A identificação do *Equity Premium Puzzle* na metodologia de Mehra (2003) pode ser feita comparando-se a estimação $\hat{\alpha}$ com os valores requeridos pelas equações (16) e (18), apresentados na tabela 1.

No caso brasileiro, calculamos o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) necessário para justificar o prêmio médio do índice de ações observado de 3.18% no período 1991:1-2003:3.⁴⁶ O valor obtido foi de $\alpha = -0.048$, o que indica investidores aproximadamente neutros ao risco. Como nossas estimações, apresentadas na tabela 5, apontam valores maiores que este, verificamos a ausência deste *puzzle* no caso brasileiro.

Realizamos a análise descrita no parágrafo anterior para os períodos pré e pós-Plano Real. O valor de α requerido pela equação (8) para o período pré-Plano Real foi de -0.06, inferior ao estimado por GMM, de 0.88. Para o período pós-Plano Real, o α requerido pela equação (8) foi calculado em 0.16, inferior ao estimado por GMM, de 2.12.⁴⁷ As-

⁴⁶Valor do prêmio ao trimestre, referente à 6.34% dos retornos reais das ações e 3.16% dos retornos reais do ativo livre de risco. O valor de β utilizado foi de 0.95.

⁴⁷O retorno médio real das ações observado no período pré-Plano Real foi de 16.37% (a.t.), e o retorno médio do ativo livre de risco foi de 5.4% (a.t). No período pós-plano, as ações apresentaram retorno médio de 2.53% (a.t.) e o ativo livre de

sim, também não verificamos o fenômeno do *Equity Premium Puzzle*, tomando como referência a equação (8), que utiliza forma incondicional, nos períodos pré e pós-Plano Real.

4. Conclusões

Nosso trabalho busca revisitar o *Equity Premium Puzzle* à luz da Teoria de Apreçamento de Ativos.

Buscamos realizar uma análise tanto econômica, apresentando fatos estilizados sobre as variáveis presentes nestas formulações, quanto econométrica, empregando o estimador GMM para inferir o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e o fator de desconto intertemporal (β).

Com relação aos fatos estilizados, geramos séries de médias-móveis para α , utilizando dados norte-americanos e brasileiros.⁴⁸ Ficou clara a alternância de papel entre o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e a covariância entre os retornos reais do índice de ações e a taxa de crescimento do consumo *per capita*: em situações onde (α) aumenta, a covariância entre o consumo e o retorno das ações diminui. Além disso, a partir da equação de Apreçamento de Ativos, verificamos que α e esta covariância apresentam uma relação não-linear, ou seja, esta diminui (no caso norte-americano) mais rapidamente em regiões onde α é mais elevado. No caso brasileiro, este comportamento não linear também se verifica, mas a covariância passa a se elevar a partir de certos valores de α . Com respeito ao prêmio, observamos que este é crescente com relação ao coeficiente de aversão relativa ao risco. A correlação entre prêmio e coeficiente de aversão ao risco mostrou-se mais reduzida ao utilizarmos dados brasileiros. A compreensão do *Equity Premium Puzzle* está associada à este comportamento que acabamos de descrever. Se usarmos a função de utilidade do tipo aversão relativa ao risco constante, de modo a obter prêmios elevados, precisamos tanto da covariância baixa como valores de α elevados, que são considerados não-razoáveis pelas teorias de ciclo econômico.

risco 2.33% (a.t.)

⁴⁸No caso norte-americano, indicamos vários períodos históricos.

Assim, as possíveis explicações para o *puzzle* envolvem a forma como estas variáveis interagem.

Verificamos também que em períodos de maior aversão relativa ao risco, o desvio-padrão das taxas de crescimento real do consumo *per capita* - tomado como medida do quão suave é o consumo - apresenta valores menores. Este fato pode ser compreendido conforme Mehra (2003).

No caso norte-americano, ao gerarmos a série de coeficientes de aversão relativa ao risco usando a formulação de covariância entre as taxas de crescimento do consumo e o retorno das ações, conforme Mehra (2003), obtivemos valores explosivos de α em pontos onde tal covariância chega próximo a zero. A utilização da formulação de variância dos retornos reais das ações, por outro lado, gerou um valor de $\alpha = 2.4$, muito abaixo do requerido por Mehra e Prescott (1985). Tal fato também é mencionado em Kocherlakota (1990a), que justifica este resultado com base nos altos valores de variância da série de retornos das ações. Resultados mais elevados são obtidos com a adoção de índices alternativos. Em nossa série, valores negativos de α - indicam investidores amantes do risco - ocorrendo em situações em que o prêmio foi negativo.

A tabela 8 abaixo resume os resultados numéricos obtidos neste trabalho, apresentando os principais resultados das estimações do coeficiente de aversão ao risco (α), obtidos por GMM. Apresentamos também os valores de α requeridos pela equação de *Asset Pricing* para gerar o prêmio observado em nossos conjuntos de dados ($\alpha_{\text{Equity Premium}}$) e pela metodologia apresentada em Mehra (2003) ($\alpha_{\text{Mehra e Prescott}}$). Nossas estimações do coeficiente de aversão relativa ao risco são comparadas com aquelas obtidas em outros trabalhos ($\alpha_{\text{literatura}}$).

	Estados Unidos	Brasil
Prêmio Observado	6.314% (^a a)	3.77% (^a t.)
α estimado por GMM (mediana)	2.67 (anual)	2.79 (período I) 3.90 (período II) 3.63 (todo período) 0.88 (Pré-Real) 2.12 (Pós-Real) (trim.)
α Asset Pricing Equity Premium	28.55	-0.048
α Mehra e Prescott Equity Premium (formulação)	38.55 ($\sigma_{R,x}$) 2.4 ($\sigma_{R,R}$) 46.5 ($\sigma_{x,x}$)	-5.23 ($\sigma_{R,x}$) 0.497 ($\sigma_{R,R}$) 0.643 ($\sigma_{x,x}$)
α literatura (periodicidade e fonte)	1.47 (anual) Campbell (1890-1994) 2.70 (anual) Kocherlakota (1890-1978)	1.70 (trim) 4.89 (anual) Issler e Piqueira (1975-1994) 4.32 (trim) Nakane e Soriano (1991-2002)

Tabela 8: Síntese dos Resultados

No caso norte-americano, com relação às estimações por GMM do (α) e (β), geramos três grupos de estimações, com diferentes instrumentos e períodos. As melhores estimações foram aquelas cujos instrumentos possuem maior correlação - mais especificamente, os dividendos - com a covariância entre o crescimento real do consumo e o retorno real do índice de ações. Este resultado é consistente com os fatos estilizados discutidos na seção onde apresentamos o método GMM. A mediana de nossas estimações para α foi de 2.67. Já o coeficiente β apresentou mediana de 0.95.

Utilizando dados brasileiros, dividimos nossas estimações em dois períodos de análise. No primeiro período (I), de 1991:1 à 2003:3, utilizamos o índice IBOVESPA sem dividendos. No segundo período (II), de 1996:2 à 2003:3, empregamos tanto este índice com dividendos como este índice sem dividendos. Essa divisão possibilitou calcularmos retornos sobre ações conforme as equações (4) e (22). Estimções por GMM mostraram que estas formas de cálculo não afetam os valores estimados do coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e o fator de desconto intertemporal da utilidade (β). Assim, as conclusões sobre o *Equity Premium Puzzle* no caso brasileiro não são afetadas pelo emprego de uma ou outra série. De fato, o *payoff* das ações no Brasil deve-se em grande parte ao componente do preço das mesmas. No primeiro conjunto de dados obtivemos mediana de 2.79 para o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) e 0.96 para fator de desconto intertemporal da função de utilidade (β). No segundo conjunto, a mediana de α foi 3.895 e a de β foi de 0.948. No conjunto inteiro, estimamos medianas de 3.627 para α e de 0.956 para β . Ao estimarmos os parâmetros para os períodos pré-Plano Real (1991:1 à 1994:2) e pós-Plano Real (1994:2 à 2003:3), obtivemos valores de α iguais à 0.88 e 2.12, para os respectivos períodos. A taxa de desconto intertemporal da utilidade (β) foi estimada em 0.8937 e 0.9711 nestes sub-períodos. A aplicação do método descrito em Mehra (2003) para calcular o coeficiente de aversão ao risco (α) conflitua com os valores estimados por GMM nestes sub-períodos.

Para identificar o *Equity Premium Puzzle*, a partir da equação de *Asset Pricing* na forma incondicional, estimamos o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) que é compatível com o prêmio observado. No caso norte-americano, para obtermos o prêmio médio histórico de 6.31% ao ano, verificamos que seria necessário um valor de coeficiente de aversão relativa ao risco de 28.55, superior aos valores aceitos pelas teorias de ciclo econômico, o que aponta a existência do *puzzle*.

No caso brasileiro, os valores estimados via GMM para (α) são superiores àquele obtido pela equação de *Asset Pricing* na forma incondicional para justificar o prêmio médio das ações observado no

período, de 3.02%. Mais especificamente, segundo a equação de *Asset Pricing*, o coeficiente de aversão relativa ao risco (α) necessário para justificar o retorno médio observado no período analisado é próximo a zero (-0.048), correspondendo à investidores neutros ao risco. Este valor é inferior aos estimados por GMM. De fato, conforme Mehra (2003), o *Equity Premium Puzzle* é um fenômeno inerente aos países considerados desenvolvidos, em particular, nos Estados Unidos.

Finalizando, em termos de temas para as próximas pesquisas sugerimos as implementações dos modelos de Hansen-Cochrane, Hansen-Jagannathan, Burnside, *Interest Rate Puzzle* e uma abordagem monetária para explicar o *puzzle*.

5. Apêndice 1. Gráficos Adicionais

O gráfico A1 apresenta a série americana das taxas anuais de crescimento per capita dos bens de consumo não-duráveis e serviços, para o período de 1890-2000, conforme mencionado na seção "Descrição dos Dados, Análises e Estimativas".

Os gráficos A2 ao A4 apresentam as séries de retornos reais trimestrais (brutos) para o IBOVESPA, juros e consumo *per capita*, referentes às estimações para o caso brasileiro, conforme mencionado na seção 3 "Descrição dos Dados".

Na seção 3 "Análise dos Dados", para o caso norte-americano, mencionamos que há períodos de maior correlação entre os retornos reais de consumo e ações, embora o valor global é baixo. Este comportamento é apresentado no gráfico A5, que contém as séries geradas para o coeficiente de aversão relativa ao risco (α), segundo as equações (14) e (10); e a série de correlação entre os retornos reais de consumo e ações. Utilizamos janelas de dez anos.

Retorno Real Anual Bruto do Consumo Per Capita de Bens Não-Duráveis e Serviços, 1890-2000

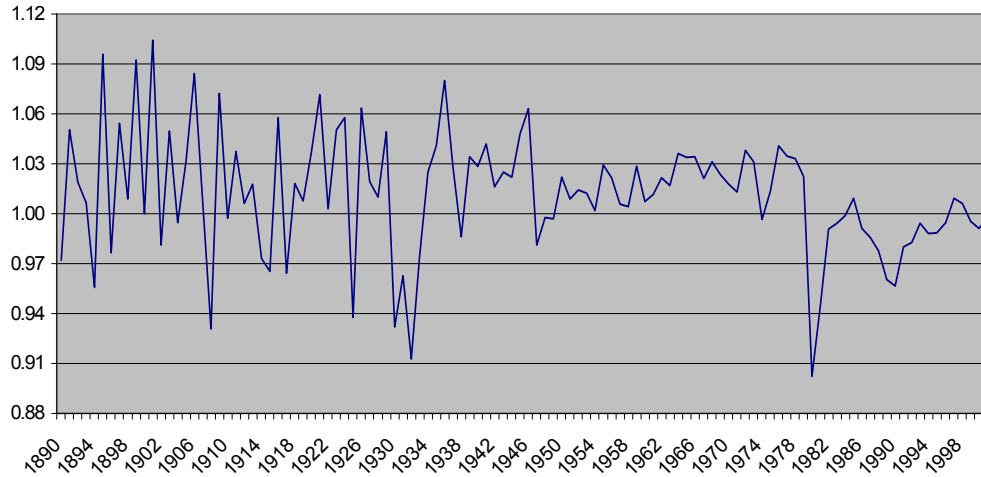


Gráfico A1: Taxas de crescimento *per capita* dos bens de consumo não-duráveis e serviços. US: 1890-2000.

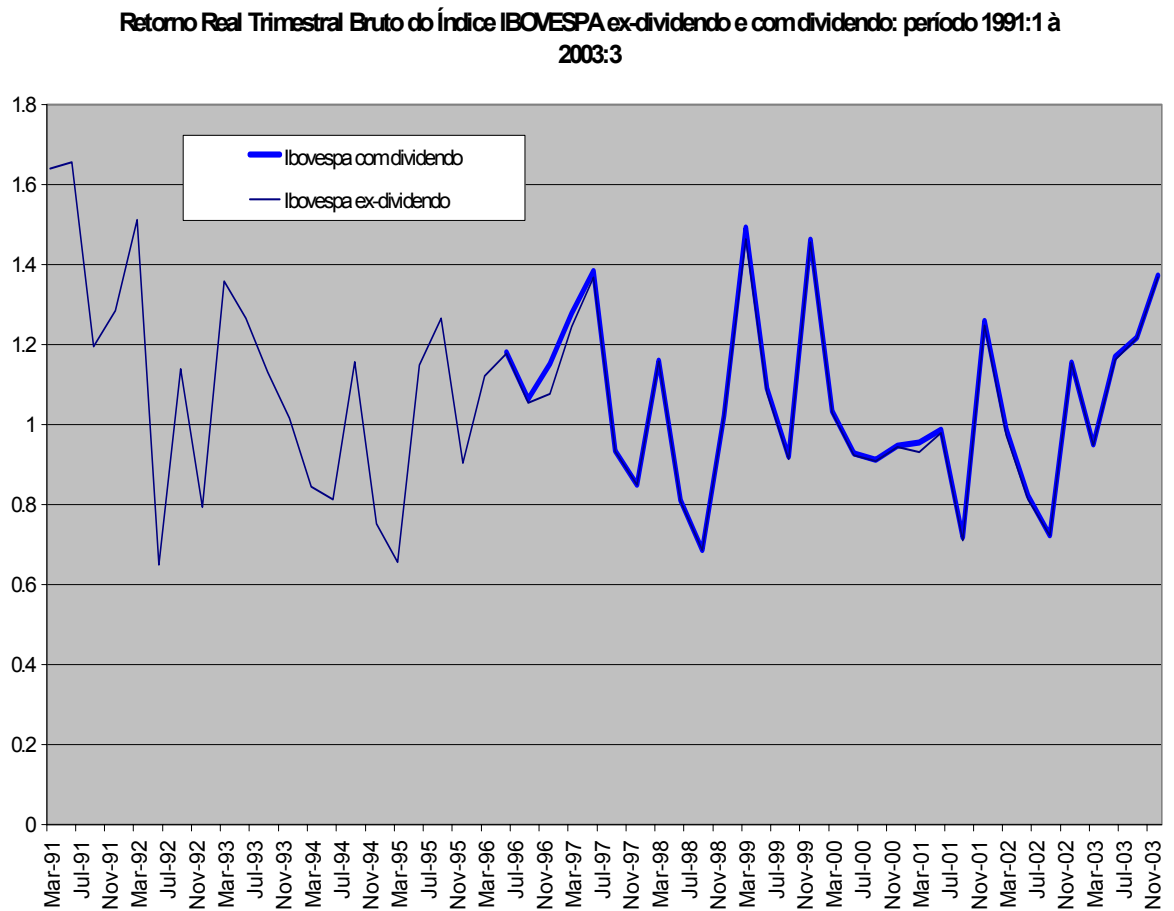


Gráfico A2. Retorno do IBOVESPA com e sem dividendos

Retorno Real Trimestral Bruto de CDBs: período 1991:1 à 2003:3

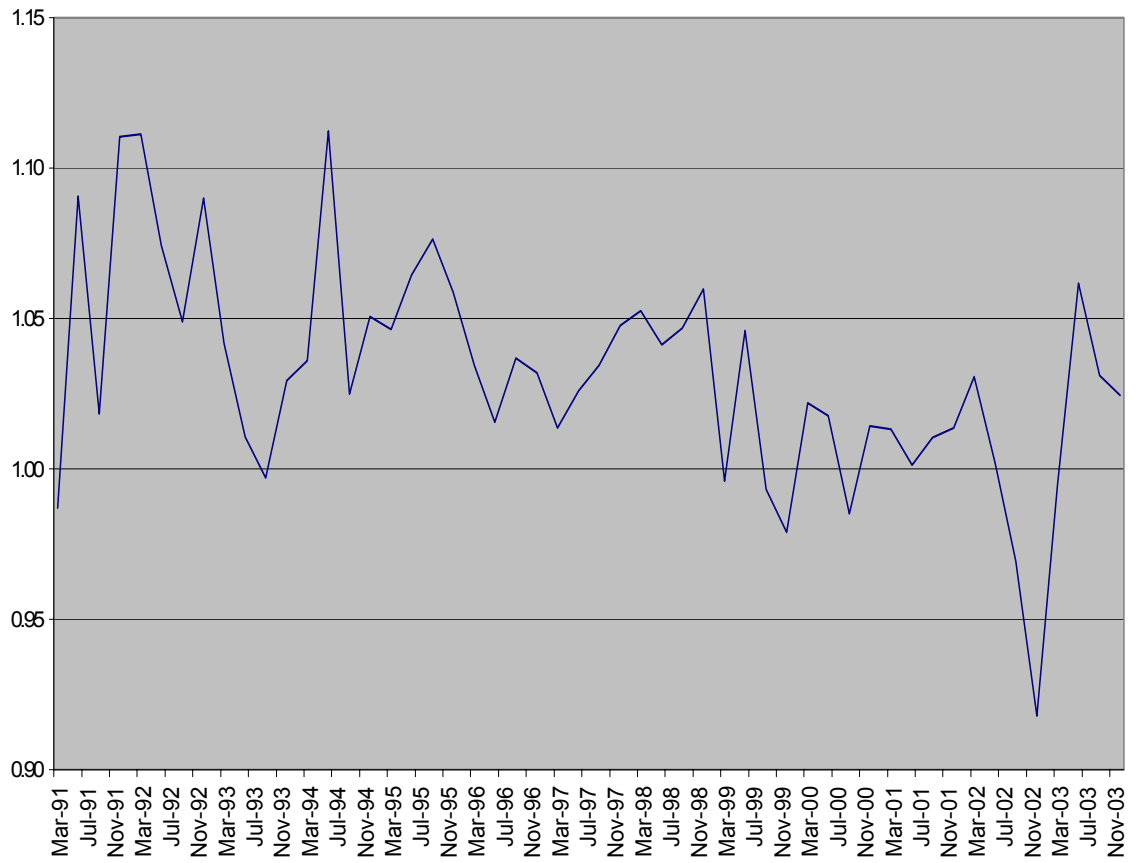


Gráfico A3: Retorno dos CDBs. Brasil

Retorno Real Trimestral Bruto do Consumo per Capita (série dessazonalizada): período 1991:1 à 2003:3

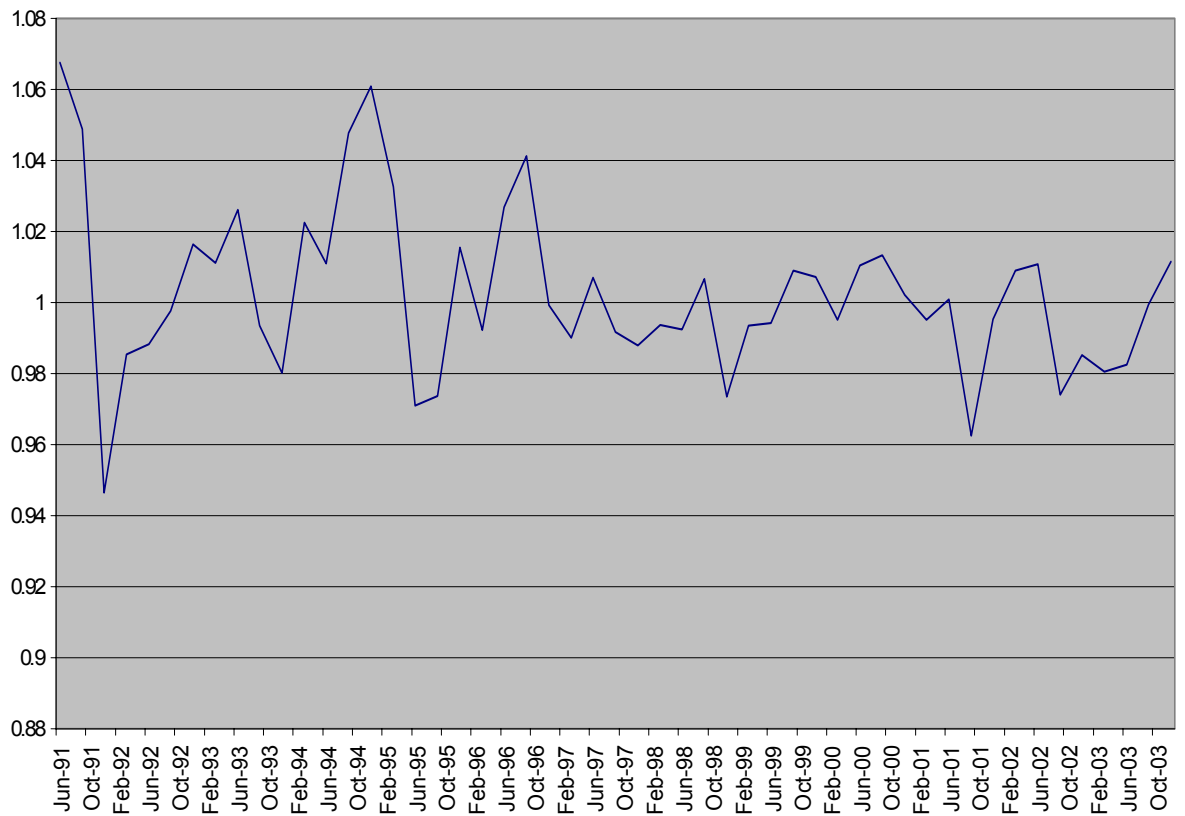


Gráfico A4: Retorno Real Trimestral Bruto do Consumo per Capita (série dessazonalizada).

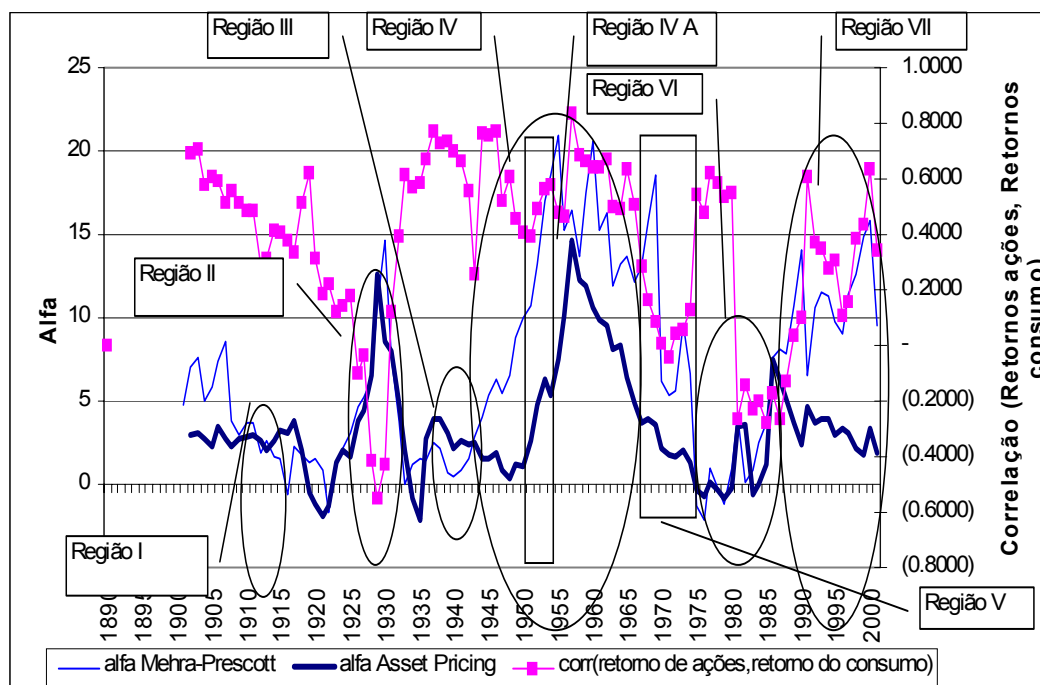


Gráfico A5. Aversão Relativa ao Risco versus a Correlação entre o crescimento do consumo e o retorno das ações. Janelas de dez anos. US: 1890-2001

6. Apêndice 2. Testes de Log Normalidade e Estacionariedade

Vimos na seção 1 que Mehra (2003) fazem hipótese de log-normalidade com respeito às séries de consumo e dividendos, e suas distribuições conjuntas. Testamos a hipótese de que as séries de crescimento de consumo, dividendos e retornos reais das ações seguem a distribuição log-normal, realizando o teste de Jarque-Bera sobre as séries dos logaritmos destas séries.^{49,50}

⁴⁹Testamos a série de ações pois a equação (16) faz uso desta série.

⁵⁰A estatística de Jarque-Bera testa se uma série tem distribuição normal. Como a normal é caracterizada por assimetria (S) zero e curtose (K) 3, a estatística é

Considerando os dados norte-americanos, a tabela A1 mostra que as séries das taxas de crescimento do consumo e os retornos das ações podem ser consideradas log-normais ao nível de 5%. Contudo, a série de dividendos não pode ser considerada log-normal.

Variáveis	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	p-value
ln (consumo)	-0.3597	3.7975	5.384	0.0678
ln (dividendo)	1.0851	5.8737	40.5243	0.0000
ln (ação)	-0.4579	3.402	4.668	0.0969

Tabela A1: Teste de normalidade. Estados Unidos: 1890-2000

Se duas variáveis têm função densidade de probabilidade log-normal, então a função densidade de probabilidade conjunta será também log-normal.⁵¹ Utilizando este resultado, concluímos, a partir dos testes da tabela A1, que podemos utilizar a hipótese que as séries das taxas de crescimento do consumo e dos retornos das ações em conjunto seguem uma log-normal.

Visando a aplicação do método GMM, precisamos testar se as séries são estacionárias. Para tanto, empregamos o teste ADF para testar a presença de raízes unitárias.⁵² Consideramos os casos: 1) Constante

definida por:

$$\frac{T}{6} [S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2].$$

Sob a hipótese nula de normalidade, a estatística segue uma χ^2 de ordem 2. Para este teste, a obtenção de p-valores altos faz com que aceitemos a hipótese de normalidade.

⁵¹Veja, por exemplo, Ross (2002, capítulo 7).

⁵²A presença de raiz unitária indica não-estacionariedade. O teste ADF consiste em uma regressão da primeira diferença da série contra a série defasada uma vez, termos de diferenças (a várias defasagens), uma constante e tendência:

$$\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-1} + \beta_3 \Delta y_{t-2} + \dots + \beta_4 + \beta_5 t$$

Se o coeficiente em y_{t-1} é significativamente diferente de zero, então a hipótese que y contém uma raiz unitária é rejeitada e aceita-se a estacionariedade. Assim, se o t - estatístico de Dickey-Fuller é menor em módulo que o valor crítico apontado, então a série possui raiz unitária.

e até quatro defasagens; e 2) Constante, tendência e até quatro defasagens.

Os resultados são apresentados na tabela A2. Os valores obtidos para o t -estatístico são maiores, em módulo, que os valores críticos a 1%, o que rejeita a hipótese de haver raiz unitária. Quanto à presença de tendência, o coeficiente da série de consumo é significativo, mas o valor obtido é muito próximo de zero. No caso da série de ações, o t -estatístico não apontou significância. Contudo, como a hipótese nula é o coeficiente ser zero, concluímos também que não há tendência para esta série.

	(1) constante e defasagens		(2) constante, defasagens e tendência				
	t-estatístico	valor crítico (1%)	t-estatístico	valor crítico (1%)	tendência	t-estatístico	p-valor
consumo	-3.9714	-3.4922	-4.7748	-4.0460	-0.0003	-2.5268	0.0131
ação	-5.2706	-3.4922	-5.2563	-4.0460	0.0005	0.4691	0.6400

Tabela A2. Teste ADF: Ações e Consumo. Estados Unidos: 1890-2000.

Também realizamos o teste de Phillips-Perron para testar a presença de raízes unitárias.⁵³ Os resultados estão na tabela A3. Neste caso também os valores obtidos para o t -estatístico são maiores, em módulo, que os valores críticos a 1%, o que rejeita a hipótese nula de existência de raiz unitária para as séries de retornos reais de consumo e de retornos reais de ações.

⁵³Como o teste ADF, o teste de Phillips-Perron é um teste para $\rho = 1$ na equação

$$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

mas não há termos de defasagens. Novamente, se o coeficiente de y_{t-1} é significativamente diferente de zero, aceita-se a estacionariedade. Na prática, se o t -estatístico é menor em módulo que o valor crítico apontado, então a série possui raiz unitária.

	Teste de Phillips-Perron	
	t-estatístico	valor crítico (1%)
consumo	-10.1705	-3.4900
ação	-9.3285	-3.4900

Tabela A3. Teste de Phillips-Perron para o consumo e ações.
Estados Unidos: 1890-2000.

Quanto aos dados brasileiros, com respeito à série do índice IBOVESPA com dividendos, sabemos que os proventos são pagos de forma discreta, podendo indicar sazonalidade, ao contrário de pagamentos contínuos que caracterizam o mercado norte-americano. Contudo, não observamos efeitos de sazonalidade sobre a série que inclui dividendos. Ademais, a maior parte do retorno associado ao índice brasileiro não é composto por dividendos, como é indicado pelo gráfico A2 do apêndice 1.

No caso brasileiro também realizamos o teste de Jarque-Bera sobre o logaritmo das séries das taxas de crescimento do consumo *per capita* e retornos reais das ações, para testar se estas séries são normais.⁵⁴ A tabela A4 mostra que as séries logarítmicas das taxas de crescimento do consumo e dos retornos reais das ações podem ser consideradas normais, dado que o p-valor superou o valor de 5%. Assim, da mesma forma que no caso norte-americano, podemos aplicar as equações (16) à (18).

Variáveis	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	p-valor
ln (consumo)	0.5171	3.5513	2.8617	0.2391
ln (ação)	-0.0978	2.372	0.9203	0.6312

Tabela A4. Teste de normalidade. Brasil: 1991:1-2003:3.

Quanto à estacionariedade das séries das taxas de crescimento do consumo *per capita* e dos retornos reais das ações, o teste ADF rejeitou

⁵⁴Pelo fato de a série de retornos reais de dividendos ser demasiadamente curta, não empregamos as equações de Mehra (2003) que a utilizariam. Assim, não realizamos os testes de log-normalidade associados a ela.

a hipótese nula da existência de raiz unitária, tanto para a série de retorno de consumo, como para a série de retorno das ações, conforme pode ser visto na tabela A5. Como no caso americano, incluímos constante e tendência. Novamente, o coeficiente associado à tendência da série de retornos do consumo foi significativo (-2.6268), mas o valor obtido foi muito próximo de zero, indicando ausência de tendência. Já para a série de retornos de ações o valor do coeficiente mostrou-se não significativo (-0.9974), indicando também ausência de tendência.

	(1) constante e defasagens		(2) constante, defasagens e tendência				
	t-estatístico	valor crítico (5%)	t-estatístico	valor crítico (5%)	tendência	t-estatístico	p-valor
consumo	-2.9754	-2.9271	-4.0903	-3.5112	-0.0007	-2.6268	0.0124
ação	-5.51177	-2.9271	-5.4724	-3.5112	-0.00246	-0.9974	0.3239

Tabela A5. Teste ADF para o consumo e ações. Brasil: 1991:1-2003:3.

O teste de Phillips-Perron também rejeitou a hipótese nula de existência de raiz unitária para ambas as séries, como mostra a tabela A6, pois o *t*-estatístico ficou acima, em módulo, do valor crítico ao nível de 1%.

	Teste de Phillips-Perron	
	t-estatístico	valor crítico (1%)
consumo	-5.5504	-3.5005
ação	-6.2711	-3.5005

Tabela A6 Teste de Phillips-Perron. Brasil: 1991:1-2003:3.

References

- [1] Abel, A. (1988). "Stock Prices under Time Varying Dividend Risk: An Exact Solution in an Infinite-Horizon General Equilibrium Model". *Journal of Monetary Economics*, **22**, 375-394.

- [2] ——— (1990). "Asset Prices under Habit Formation and Catching Up with the Joneses". *American Economic Review*, **80**, 38-42.
- [3] Andrews, D. (1991). "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation". *Econometrica*, **59**, 817-858.
- [4] Bansal, R., e J. Coleman (1996). "A Monetary Explanation of the Equity Premium, Term Premium, and Risk-Free Rate Puzzles". *Journal of Political Economy*, **104**, 1135-1171.
- [5] Bansal, R., e A. Yaron (2000). "Risks for the Long Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles". NBER Working Paper No. 8059.
- [6] Barberis, N., M.Huang, e T. Santos (2001). "Propect Theory and Asset Prices". *Quarterly Journal of economics*, **116**, 1-53.
- [7] Bernartzi, S., e R. Thaler (1995). "Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle". *Journal of Economics*, **110**, 73-92.
- [8] Blume, M., e I. Friend (1975). "The Demand for Risky Assets". *American Economic Review*, **65**, 900-922.
- [9] Burnside, C. (1994). "Hansen-Jagannathan Bounds as Classical Tests of Asset-Pricing Models". *Journal of Business and Economic Statistics*, **12**, 57-79.
- [10] Campbell, J., A. Lo, e A. Mackinley 1997. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [11] Campbell, J., e J. Cochrane (1999). "By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior". *Journal of Political Economy*, **107**, 205-251.
- [12] Campbell, J., e R. Shiller (1988). "The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors". *Review of Financial Studies*, **1**, 195-227.
- [13] Cochrane, J. (2001). *Asset Pricing*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

- [14] Cochrane, J., e L. Hansen (1992). "Asset Pricing Explorations for Macroeconomics". NBER Working Paper No. 4088.
- [15] Constantinides, G. (1990). "Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle". *Journal of Political Economy*, **98**, 519-543.
- [16] Constantinides, G., e D. Duffie (1996). "Asset prices with Heterogeneous Consumers". *Journal of Political Economy*, **104**, 219-240.
- [17] Constantinides, G., J. Donaldson, e R. Mehra (2002). "Junior Can't Borrow: A New Perspective on the Equity Premium Puzzle". *Quarterly Journal of Economics*, **117**, 269-296.
- [18] Epstein, L., e S. Zin (1989). "Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: A Theoretical Framework". *Econometrica*, **57**, 937-968.
- [19] ——— (1991). "Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Investigation". *Journal of Political Economy*, **99**, 263-286.
- [20] Hansen, L. (1982). "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments". *Econometrica*, **50**, 1029-1054.
- [21] Hansen, L., e K. Singleton (1982). "Generalized Instrumental Variables Estimation on Nonlinear Rational Expectations Models". *Econometrica*, **50(5)**, 1269-1288.
- [22] ——— (1983). "Stochastic Consumption, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Asset Returns". *Journal of Political Economy*, **91**, 249-268.
- [23] Hansen, L., e K. Singleton (1982). Errata do artigo "Generalized Instrumental Variables Estimation on Nonlinear Rational Expectations Models". *Econometrica*, **52(1)**, 267-268.
- [24] Hansen, L., e R. Jagannathan (1991). "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies". *Journal of Political Economy*, **99**, 225-262.

- [25] Heaton, J., e D. Lucas (1996). "Evaluating the Effects of Incomplete Markets on Risk Sharing and Asset Pricing". *Journal of Political Economy*, **104**, 443-487.
- [26] ——— (1997). "Market Frictions, Savings Behavior and Portfolio Choice". *Journal of Macroeconomic Dynamics*, **1**, 76-101.
- [27] Huang, C., e R.Litzenberg (1988). *Foundations of Financial Economics*. North-Holland Publishing Co., New York-Amsterdam.
- [28] Issler, J., e N. Piqueira (2000). "Estimating Relative Risk Aversion, the Discount Rate, and the Intertemporal Elasticity of Substitution in Consumption for Brazil Using Three Types of Utility Function". *Brazilian Review of Econometrics*, **20**, 200-238.
- [29] Kandel, S., e R. Stambaugh (1991). "Asset Returns and Intertemporal Preferences". *Journal of Monetary Economics*, **27**, 39-71.
- [30] Kocherlakota, N. (1990a). "On Tests of Representative Consumer Asset Pricing Models ". *Journal of Monetary Economics*, **26**, 285-304.
- [31] ——— (1990b). "On the 'Discount' Factor in Growth Economies ". *Journal of Monetary Economics*, **25**, 43-48.
- [32] ——— (1996). "The equity Premium: It´s Still a Puzzle". *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV (March 1996), pp.42-71.
- [33] Lucas, R. (1978). "Asset Prices in an Exchange Economy ". *Econometrica*, **46**, 1429-1445.
- [34] Mankiw, N. (1986). "The Equity Premium and the Concentration of Aggregate Shocks ". *Journal of Financial Economics*, **17**, 211-219.
- [35] McGrattan, E., e E.Prescott (2001). "Taxes, Regulations, and Asset Prices". Working Paper No. 610, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

- [36] Mehra, R. (2003). "The Equity Premium: Why is it a Puzzle?". NBER Working Paper No w9512.
- [37] Mehra, R., e E. Prescott (1985). "The Equity Premium: A Puzzle". *Journal of Monetary Economics*, **15**, 145-161.
- [38] Nakane, Márcio e L. Soriano (2003). "Real Balances in the Utility Function: Evidence for Brazil". Working Paper No. 68, Banco Central do Brasil.
- [39] Newey, W., e K. West (1987). "A Simple, Positive-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix". *Econometrica*, **55**, 703-708.
- [40] ——— (1994). "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation". *Review of Economic Studies*, **61**, 631-.
- [41] Obstfeld, M., e K. Rogoff (1996). *Foundations of International Macroeconomics*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- [42] Roll, R. (1977). "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests". *Journal of Financial Economics*, **4**, 129-176.
- [43] Ross, S. (2002). *Introduction to Probability Models*. Academic Press.
- [44] Storesletten, K., C. Telmer, e A. Yaron (1999). "Asset Pricing with idiosyncratic Risk and Overlapping Generations". Working Paper. Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
- [45] Tauchen, G. (1986). "Statistical Properties of Generalized Method-of-Moments Estimators of Structural Parameters Obtained from Financial Market Data". *Journal of Business and Economic Statistics*, **4**, 397-416.
- [46] Weil, P. (1989). "The Equity Premium Puzzle and Risk-Free Rate Puzzle". *Journal of Monetary Economics*, **24**, 401-421.
- [47] Wheatley, S. (1986). "Estimates of Relative Risk Aversion and the Exclusion of Assets". Working Paper. University of Washington, Seattle, W.A.