Relação Depositante-Banco: uma análise do equilíbrio dos contratos de depósitos bancários*

Ana Carla Abrão Costa[†] Marcos de Barros Lisboa[‡]

Resumo

As análises de equilíbrio dos contratos de depósitos bancários e da existência ou não de corridas bancárias em equilíbrio têm sido feitas, predominantemente, a partir de modelos com incerteza extrínseca. Este trabalho visa a apresentar uma abordagem alternativa. Aqui os depositantes avessos são todos pacientes - e portanto não estão sujeitos a choques de liquidez - e os bancos neutros são o foco da assimetria de informação pois exercem esforço não observável na escolha dos projetos que financiam, esforço esse que impacta diretamente na realização do estado bom da natureza. Sob condições bastante gerais os resultados sugerem que, em ambientes onde não há restrições de solvência, os contratos de equilíbrio alocam todo o risco para o banco, que oferece contratos que geram lucro negativo caso o estado ruim da natureza se realize. No equilíbrio restrito a divisão de risco implica em menor esforço porém menos fragilidade, corroborando o tradicional trade-off entre eficiência e vulnerabilidade a quebras. Ao estender o modelo para três períodos o equilíbrio é superior em termos de esforço no caso em que se permite insolvência no primeiro período. Além disso, ao permitir que o depositante renegue o contrato no primeiro período implica no esforço eficiente, indicando que a ameaça de corrida funciona como um mecanismo de incentivos ótimo para o banco.

*Os autores agradecem as contribuições do Prof. Humberto Moreira. Os erros remanescentes são, é claro, de nossa inteira responsabilidade.

[†]FEA/USP e Banco Central do Brasil

[‡]EPGE/FGV

1 Introdução

A modelagem de crises bancárias tem como marco o trabalho de Diamond and Dybvig (1983)[2], cujo resultado principal indica que os contratos tradicionais de depósito apresentam múltiplos equilíbrios, dentre eles um equilíbrio "ruim" em que corridas bancárias ocorrem. No modelo de DD contratos de depósitos bancários emergem como uma alocação dominante em relação ao mercado de trocas e a suspensão de conversibilidade - ou a provisão de seguro depósito pelo governo - pode eliminar a possibilidade de ocorrência do equilíbrio ruim.

Vários outros importantes trabalhos na área de corridas bancárias foram desenvolvidos nessa linha. Extensões da análise de DD, com novas caracterizações do equilíbrio, (Postlewaite and Vives(1987)[9]); tentativas de se diferenciar entre corridas bancárias geradas por pânico ou por problemas informacionais (Jacklin and Bhattacharya (1988)[5]); ou uma modelagem mais rigorosa da hipótese original de saques sequenciais nos contratos bancários (Wallace (1988)[13]), todos foram trabalhos que partiram da mesma estrutura buscando analisar as características do equilíbrio na relação entre depositantes e bancos. Além desses, trabalhos mais recentes surgiram, como o de Green and Lin (2000)[4], que mostram que, sob determinadas condições, o equilíbrio eficiente ex-ante pode ser implementado como solução única de equilíbrio e - no outro extremo - Peck and Shell (2001)[8], que modelam a relação banco depositante introduzindo uma fonte de incerteza extrínseca e demonstram que contratos ótimos de depósito são consistentes com corridas bancárias. Alguns trabalhos recentes, como Zhu (2002)[14], modelam o problema excluindo a variável de manchas solares.

O tema, portanto,não está esgotado na literatura econômica. Ainda hoje, vinte anos após a publicação do trabalho de DD, a teoria econômica tem muito a explorar nessa relação entre tomadores e emprestadores de crédito, especificamente na relação entre consumidores e bancos e os contratos que a caracterizam.

O presente trabalho parte de uma modelagem diferente. Apesar de focado na análise do equilíbrio do mercado bancário e portanto na possibilidade de soluções ótimas em que corridas bancárias surgem, o ponto de partida é diferente daquele que caracteriza Diamond e Dybvig e os que daí se seguiram. Aqui também se trabalha com modelos com assimetria de informações mas a variável não observável não é mais o tipo de depositante (ou o choque a que ele está sujeito), mas sim o esforço empreendido pelo banco na seleção dos projetos que ele decide financiar. E esse esforço - não observável pelo depositante - impacta diretamente na probabilidade de realização do estado bom da natureza para o banco e portanto no retorno esperado da sua carteira de empréstimos. O depositante opta por aceitar o contrato de um banco, de outro ou dos dois de forma a maximizar a sua utilidade esperada.

Os resultados, tanto em termos de eficiência quanto de alocação de risco e concentração, diferem de acordo com o espaço de contratos factíveis. Um primeiro resultado surge na comparação entre o ambiente concentrado e o competitivo. Ao relaxarmos a hipótese de exclusividade o modelo aponta para a superioridade da concentração e da alocação de todo o risco para o banco, como condição suficiente para o equilíbrio.

Um resultado inverso é encontrado ao se introduzir restrições às transferências dos bancos, quando então a diversificação de risco e a competição bancária dominam, estabelecendo um trade-off entre eficiência e solidez do mercado.

Ao estendermos o modelo com a introdução de um terceiro período a nova dimensão temporal traz novamente soluções que dependem do espaço de possibilidades dos contratos. Mais uma vez o trade-off eficiência-fragilidade aparece, paralelamente a uma nova solução em que o depositante pode renegar o contrato e sacar seus depósitos no período intermediário.

A primeira parte do trabalho se concentra na formulação alternativa de um modelo da relação entre bancos e depositante onde a informação privada, o esforço empreendido pelo banco na escolha da qualidade dos projetos que ele financia, impacta na probabilidade de realização dos estados bom ou ruim da natureza. A probabilidade de realização dos diferentes estados da natureza é independente entre os bancos e não há mercado interbancário. Não se considera portanto, na versão inicial, a possibilidade de corridas bancárias, tendo em vista que o objetivo aqui é somente modelar a estrutura básica de decisão de bancos e depositante. Na segunda seção as restrições de solvência são introduzidas através da impossibilidade do banco em oferecer contratos que gerem lucro negativo para ele. Finalmente, uma quarta seção amplia a dimensão temporal para incorporar a possibilidade de corridas bancárias. Os resultados encontrados sugerem não só a superioridade dos contratos em que a restrição de solvência é imposta apenas no segundo período mas também, e principalmente, indicam que a fragilidade intrínseca à concessão de liquidez aos depósitos - e portanto a possibilidade do depositante renegar o contrato - é eficiente em termos de bem estar. As conclusões são detalhadas na seção 4.

2 O Modelo básico da Relação Depositante-Banco

O modelo está inicialmente formulado em dois períodos: $t = 0, 1$, incerteza no segundo período e dois tipos de agentes: um depositante e dois bancos. Os bancos captam recursos dos depositantes e financiam projetos de investimento. O retorno desses investimentos está sujeito a choques individuais e independentes para cada banco, o que determina a realização dos estados bom ou ruim da natureza.

No primeiro período o depositante aloca sua dotação d^0 entre consumo c^0 e depósitos bancários $\sum\limits_{i=1,2} b_i^0$, com $b_i^0 \geq 0$, para $i = 1, 2$. Depositante e bancos celebram um contrato de depósito C_i que estipula o retorno para o depositante, em cada estado da natureza no segundo período, do depósito bancário b_i^0 que ele efetua no banco i no primeiro período. $C_i \in \Re^5$ associando ao depósito b_i^0 um pagamento em cada estado da natureza. C_i é um sinal imperfeito de e_i, informação privada do banco e que indica o nível de esforço que o banco empreende na escolha de contratos de financiamento de qualidade.

Os bancos, por sua vez, investem os depósitos captados em uma tecnologia de empréstimo – não acessível ao depositante – cujo retorno R_i^s é dado, contingente ao estado s da natureza realizado no segundo período. $\pi_i(e_i)$ é a função que define a probabilidade de ocorrência do estado bom da natureza (sucesso), para o banco i, dado o esforço e_i . $\pi_i(e_i) \in C^2$, com $\pi' > 0$ e $\pi'' < 0$, associa a cada nível de esforço uma probabilidade de ocorrência do estado bom da natureza. $g(e_i) \in C^2$, com $g' > 0$ e $g'' > 0$, é a função desutilidade do esforço, definindo o custo que o banco i tem ao empreender esforço na escolha de contratos de qualidade.

Em $t = 1$, o estado da natureza realizado é observado. O depositante recebe remuneração

$$\sum_{i=1,2} R_{D_i}^s b_i^0$$

onde $R_{D_i}^s = \left(1 + r_{D_i}^s\right)$, com $r_{D_i}^s > 0$

O banco apura lucro

$$l_i^s = \left(R_i^s - R_{D_i}^s\right) b_i^0$$

Cabe ao banco oferecer o contrato de depósito ao depositante, sendo que, para cada contrato possível, ele escolhe o esforço e_i que maximiza sua função objetivo definida pela diferença entre o lucro esperado que ele tem através da aplicação dos recursos que ele capta na tecnologia de empréstimo e o custo do esforço que ele empreende na escolha dos projetos a serem financiados.

Temos portanto que em $t = 0$ os bancos oferecem um contrato de depósito C_i^* para o depositante e escolhem o esforço ótimo associado e_i^*. O depositante, dados os contratos oferecidos, aloca sua dotação entre consumo hoje e depósitos bancários de acordo com a utilidade que cada contrato lhe gera, contingente aos quatro estados da natureza possíveis no segundo período. Os bancos aplicam o depósito captado na tecnologia de empréstimo, escolhendo os projetos financiados de acordo com o esforço ótimo e_i^* definido pelo contrato oferecido.

(I) Estados da natureza:

Temos $S = 4$ estados da natureza possíveis com $s = (s_1, s_2)$ sendo $s_i =$ sucesso ou fracasso, o choque do investimento do banco i.Sucesso determina retorno $R_i^S > 1$ da carteira de empréstimos, e fracasso $R_i^F < R_i^S$.

(II) Agentes:

(II.1) Bancos:

Neste modelo os bancos são instituições intermediadoras de recursos, captando depósitos e financiando projetos de risco via tecnologia de empréstimo. A qualidade da carteira de empréstimos é determinada pelo esforço empreendido pelo banco na escolha dos projetos que ele financia.

As funções lucro e desutilidade do esforço definem uma função objetivo para o banco:

$$V\left(b_i^0, l_i, e_i\right) = Ev\left(b_i^0, l_i\right) - g\left(e_i\right) \tag{1}$$

com

$V(0,0,0) = 0$

E o comportamento de $v\left(b_i^0, l_i\right)$ definido conforme segue:

$v_l' \geq 0$; $v_b' \geq 0$

$d^T v'' d \leq 0 \; \forall d \Rightarrow v_{bb}'' \leq 0$; $v_{bb}''.v_{ll}'' - \left(v_{bl}''\right)^2 \geq 0$

Ou, para o caso particular em que o volume de depósitos impacta igualmente o lucro do banco e sua desutilidade em empreender esforço e portanto escala deixa de importar:

$$V\left(b_i, l_i, e_i\right) = Ev\left(l_i, b_i\right) - g\left(e_i, b_i\right) \tag{2}$$

Além disso, adota-se a hipótese de bancos risco neutros, usual na literatura e amparada pela capacidade dos bancos de diversificarem risco via pulverização dos projetos financiados.

(II.2) Depositante:

O depositante avesso ao risco, dados os contratos oferecidos pelos bancos, aloca sua dotação inicial entre consumo hoje e depósitos bancários que lhe gerem utilidade esperada no mínimo equivalente à sua utilidade de reserva. No segundo período ele recebe um retorno sobre o depósito bancário conforme definido pelo (s) contrato (s) celebrado (s) e contingente ao estado da natureza observado. Define-se portanto a função utilidade esperada do depositante como sendo

$$EU = u\left(d^0 - b_i^0\right) + \pi_i\left(e_i\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^S\right) + \left(1 - \pi_i\left(e_i\right)\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^F\right) \tag{3}$$

A escolha ótima de esforço pelo banco para cada contrato C_i e a decisão ótima do depositante, dados C_i^* e C_j^* são determinadas a partir da solução dos problemas de maximização restrita dos agentes, conforme segue.

2.1 Problema do banco, dado o contrato C_i e $b_i^0 > 0$:

2.1.1 Quando escala não importa:

Supondo, inicialmente, que o volume de depósitos captados impacte da mesma forma o lucro e a desutilidade do esforço.

Define-se um problema individual do banco diferenciável e côncavo: dados os contratos $C_i = \left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F\right)$ aceitáveis pelos depositantes, escolher e_i de forma a maximizar

$$V\left(l_i, e_i\right) = Ev\left(l_i\right) - g\left(e_i\right) \tag{4}$$

Ou seja, dado o contrato $C_i = \left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F\right)$ o banco risco neutro i escolhe o nível de esforço e_i de forma a resolver o seguinte problema de maxiwmização:

$$\max_{e_i} \left[\pi_i\left(e_i\right) l_i^S + \left(1 - \pi_i\left(e_i\right)\right) l_i^F - g\left(e_i\right)\right] \tag{5}$$

cuja condição de primeira ordem é

$$\Delta l_i = \frac{\partial g\left(e_i\right)}{\partial \pi\left(e_i\right)} = h\left(e_i\right).$$

Estabelece-se assim uma relação direta entre diferencial de lucro para os diversos estados da natureza e nível de esforço ótimo pois

$$\frac{\partial h\left(e_i\right)}{\partial e_i} = \frac{\dfrac{\partial^2 g\left(e_i\right)}{\partial e_i^2}\dfrac{\partial \pi\left(e_i\right)}{\partial e_i} - \dfrac{\partial \pi^2\left(e_i\right)}{\partial e_i^2}\dfrac{\partial g\left(e_i\right)}{\partial e_i}}{\left(\dfrac{\partial \pi\left(e_i\right)}{\partial e_i}\right)^2} > 0.$$

Logo, dados R^S e R^F, seja $f : \Re^2 \to \Re$, podemos definir a função esforço do banco como sendo

$$e_i = h^{-1}\left(\Delta l_i\right) = f\left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F\right) \tag{6}$$

Como neste caso particular a escolha do esforço ótimo não depende de b_i^0 - mas somente do contrato oferecido C_i - cada banco empreende, para cada contrato, esforço idêntico ao que ele empreenderia no caso de um único banco atuante. Consequentemente, neste caso, as probabilidades de realização dos diversos estados, funções que independem de b_i^0,não sofrerão modificações em relação ao caso com um único banco. O que implica que não haverá reflexos sobre as probabilidades de realização dos estados da natureza possíveis pois a função $\pi(e_i)$ independe de escala neste caso.

2.1.2 Quando escala importa:

No caso mais geral em que o volume de depósitos b_i^0 tem efeitos sobre o lucro do banco mas não sobre a desutilidade do esforço, o problema individual de maximização do banco passa a ser

$$\max_{e_i} \left(\pi(e_i)\, l_i^S + \left(1 - \pi(e_i)\, l_i^F\right)\right) b_i^0 - g(e_i) \tag{7}$$

Seguindo o mesmo argumento anteriormente detalhado temos:

$$e_i = h^{-1}\left(\Delta l_i b_i^0\right) = f\left(\left(\left(R_i^S - R_{D_i}^S\right) - \left(R_i^F - R_{D_i}^F\right)\right) b_i^0\right)$$

sendo que:
se $\left(R_i^S - R_{D_i}^S\right) > \left(R_i^F - R_{D_i}^F\right)$, ou

$$\Delta l_i > 0 \Rightarrow e_i = h^{-1}\left(\Delta l_i b_i^0\right)$$

e se $\left(R_i^S - R_{D_i}^S\right) \leq \left(R_i^F - R_{D_i}^F\right)$,ou

$$\Delta l_i < 0 \Rightarrow e_i = 0$$

O esforço será portanto nulo se o lucro apurado caso o estado ruim se realize seja maior do que no caso de realização do estado bom. E será maior quanto maior for o diferencial positivo de lucro entre os estados bom e ruim da natureza, indicando que o banco terá mais incentivos a empreender níveis de esforço mais altos quanto maior o ganho dele no estado bom da natureza, relativamente ao estado ruim da natureza.

Além disso, para o caso em que escala importa, o nível de esforço é também função crescente do depósito captado pelo banco pois, dado $\Delta l_i > 0$, maior o valor de b_i^0, maior o ganho que o banco tem, em termos absolutos, ao empreender mais esforço.

O nível de esforço e_i pode ser escrito então como uma função inversa do diferencial de lucro entre os estados bom e ruim da natureza e do volume do depósito captado. Sendo que, maior a diferença entre o lucro do banco no estado bom relativamente ao do estado ruim, maior será o esforço ótimo na solução do problema do banco e maior o volume do depósito, mais incentivo o banco terá em empreender esforço.

Assim, dados os retornos R_i^S e R_i^F da tecnologia de empréstimo e o volume captado b_i^0, o esforço do banco será função inversa da remuneração dos depósitos no estado bom da natureza e direta da remuneração dos depósitos no estado ruim da natureza, pois $D_{R_{D_i}^S} \Delta l_i < 0$ e $D_{R_{D_i}^F} \Delta l_i > 0$

Define-se então, dados R_i^S e R_i^F e $\Delta l_i > 0$ a função esforço do banco, para o caso em que escala importa, como sendo

$$e_i = h^{-1}\left(\Delta l_i b_i^0\right) = f\left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F, b_i^0\right) \tag{8}$$

com $\dfrac{\partial f}{\partial R_{D_i}^S} < 0$ e$\dfrac{\partial f}{\partial R_{D_i}^F} > 0$ e$\dfrac{\partial f}{\partial b_i^0} > 0$

2.2 Problema do depositante, dados os contratos C_i^* e C_j^*

O depositante se defronta com os contratos oferecidos pelos dois bancos e escolhe como alocar sua dotação entre consumo hoje e depósitos nos bancos 1 e 2. Ele escolhe a parcela $\alpha \in [0,1]$ do contrato do banco 1 e $(1-\alpha)$ do contrato do banco 2 de forma a maximizar sua utilidade esperada dada por:

$$\begin{aligned} EU\left(C_i^*, C_j^*\right) &= u\left(d^0 - b_i^0\right) \\ &+\pi_i\left(e_i\right)\pi_j\left(e_j\right)u\left(b_i^0\left(\alpha R_{D_i}^S + (1-\alpha)R_{D_j}^S\right)\right) + \\ &+\pi_i\left(e_i\right)\left(1-\pi_j\left(e_j\right)\right)u\left(b_i^0\left(\alpha R_{D_i}^S + (1-\alpha)R_{D_j}^F\right)\right) + \\ &+\left(1-\pi_i\left(e_i\right)\right)\pi_j\left(e_j\right)u\left(b_i^0\left(\alpha R_{D_i}^F + (1-\alpha)R_{D_j}^S\right)\right) + \\ &+\left(1-\pi_i\left(e_i\right)\right)\left(1-\pi_j\left(e_j\right)\right)u\left(b_i^0\left(\alpha R_{D_i}^F + (1-\alpha)R_{D_j}^F\right)\right) \end{aligned} \tag{9}$$

Equilíbrio com cláusula de exclusividade

Nesta sub-seção vamos analisar o caso particular em que o depositante escolhe apenas um contrato - e portanto um banco - entre os dois oferecidos. Isso é feito impondo uma restrição de exclusividade no espaço de contratos através da adoção da seguinte hipótese:

Hipótese: O banco i oferece um contrato de depósito com a restrição de que, se aceito pelo depositante,

$$\alpha \in \{0,1\}$$

Redefine-se portanto o problema individual do banco i como sendo o de, dado o contrato oferecido pelo banco j, oferecer o contrato que maximize sua função objetivo

$$\beta \left(C_i, C_j\right) V \left(b_i^0, l_i, e_i\right)$$

onde

$$\beta \left(C_i, C_j\right) \in \{0, 1\}$$

é a função que determina a escolha dos depositantes quando estes se defrontam com os contratos C_i e C_j no mercado. Dada a continuidade das funções objetivo e a compacidade do conjunto de contratos a existência do equilíbrio definido a seguir está garantida:

Definição: *Equilíbrio neste modelo é definido como uma situação em que um banco, dado o contrato oferecido pelo outro, oferece o contrato que maximiza sua função objetivo e a escolha do depositante recae sobre o contrato que lhe gera maior utilidade esperada.*

Os depositantes certamente escolhem o contrato cuja utilidade esperada é estritamente superior e, caso os contratos C_i e C_j gerem a mesma utilidade, temos uma fração de depositantes que escolhe o contrato do banco 1 e outra que escolhe o contrato do banco 2.

Formalmente:

Um perfil $\left(C_i^*, C_j^*, e_i^*, e_j^*\right)$ e uma função $\beta^* \left(C_i^*, C_j^*\right)$ é equilíbrio se e somente se:

1. $\left(C_i^*, C_j^*, e_i^*, e_j^*\right)$resolve

$$\max_{C_i, C_j, e_i} \beta \left(C_i, C_j\right) V \left(b_i^0, l_i, e_i\right)$$

2. $\beta^* \left(C_i^*, C_j^*\right)$ é tal que:

- $\beta^* \left(C_i^*, C_j^*\right) = 1$

se

$$\pi_i \left(e_i\right) u^{S_i} + \left(1 - \pi_i \left(e_i\right)\right) u^{F_i} > \pi_j \left(e_j\right) u^{S_j} + \left(1 - \pi_j \left(e_j\right)\right) u^{F_j}$$

- $\beta^* \left(C_i^*, C_j^*\right) = 0$

se

$$\pi_i \left(e_i\right) u^{S_i} + \left(1 - \pi_i \left(e_i\right)\right) u^{F_i} < \pi_j \left(e_j\right) u^{S_j} + \left(1 - \pi_j \left(e_j\right)\right) u^{F_j}$$

- $\beta^* \left(C_i^*, C_j^*\right) \in [0, 1]$

se

$$\pi_i(e_i)\,u^{S_i} + (1-\pi_i(e_i))\,u^{F_i} = \pi_j(e_j)\,u^{S_j} + (1-\pi_j(e_j))\,u^{F_j}$$

A partir daí definimos um pseudo problema de maximização visando analisar a escolha do depositante, restrito aos contratos efetivamente oferecidos pelos bancos, que são os contratos que geram lucros não negativos para os bancos. Estamos propondo que a solução de equilíbrio é dada pela solução desse pseudo problema.

2.2.1 Pseudo Problema do Depositante:

$$\begin{aligned} & \max_{b_i, R^S_{D_i}, R^F_{D_i}} u\left(d^0 - b^0_i\right) + \pi_i(e_i)\,u\left(b^0_i R^S_{D_i}\right) \\ & + (1-\pi_i(e_i))\,u\left(b^0_i R^F_{D_i}\right) \\ \text{sujeito a:} \quad & \pi(e_i)\,l^S_i + \left(1-\pi(e_i)\,l^F_i\right) b_i - g(e_i) \geq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

Proposition 1 *Se C^*_i é um contrato escolhido em equilíbrio pelo depositante então C^*_i resolve o seguinte pseudo problema de otimização: escolher o contrato que maximiza a utilidade esperada do depositante, sujeito a que este contrato não gere utilidade negativa para o banco.*

Proof. Sabemos que o contrato $C^*_i = \left(b^*_i, R^{S^*}_{D_i}, R^{F^*}_{D_i}\right)$ resolve (10) se e somente se resolve:

$$\begin{aligned} & \max_{b_i, R^S_{D_i}, R^F_{D_i}} u\left(d^0 - b^0_i\right) + \pi_i(e_i)\,u\left(b^0_i R^S_{D_i}\right) \\ & + (1-\pi_i(e_i))\,u\left(b^0_i R^F_{D_i}\right) \\ \text{sujeito a:} \quad & \pi(e_i)\,l^S_i + \left(1-\pi(e_i)\,l^F_i\right) b_i - g(e_i) = 0 \end{aligned}$$

Seja então$\left(C^*_i, C^*_j, e^*_i, e^*_j\right)$ um equilíbrio competitivo conforme anteriormente definido. Logo C^*_i resolve

$$\max_{C_i, C_j, e_i} \beta(C_i, C_j)\,V\left(b^0_i, l_i, e_i\right).$$

Supondo, sem perda de generalidade, que o depositante escolha o contrato do banco i, logo

$$EU(C^*_i) \geq EU\left(C^*_j\right)$$

Vamos supor que C^*_i não seja eficiente, ou seja, $\exists\ C^{**}_i = \left(b^*_i, R^{S^{**}}_{D_i}, R^{F^{**}}_{D_i}\right)$que resolve (10), com $V(C^{**}_i) > 0$

Mas isso permite ao banco j oferecer C_j^{**} que estipule uma remuneração $R_{D_j}^{S^{**}} = R_{D_i}^{S^{**}} + \varepsilon$ no estado bom da natureza e $R_{D_j}^{F^{**}} = R_{D_i}^{F^{**}} + \varepsilon$ no estado ruim, com $\varepsilon > 0$. Isso implica em mesmo diferecial de lucro para o banco e portanto mesmo esforço, mas melhora estritamente o depositante.

Mas esse contrato, para ε suficientemente pequeno, significa lucro positivo para o banco j e portanto $\beta(C_i, C_j) V\left(C_j^{**}\right) > 0$. Dessa forma ambos melhoram, o que contradiz C_i^* equilíbrio. Logo, o contrato de equilíbrio só pode ser tal que resolva o problema do depositante e gere lucro zero para o banco. ■

A **Proposição 1** é, para este problema do mercado bancário, equivalente ao primeiro teorema do bem estar social. A solução competitiva, em que um banco escolhe oferecer um contrato que maximize sua função objetivo, dado o contrato que ele espera que o outro banco vá oferecer, é eficiente. Pois dados os contratos de depósito oferecidos em equilíbrio pelos dois bancos, um deles estará maximizando a utilidade esperada do depositante, restrito à condição de factibilidade $V(C_i^*) \geq 0$.Portanto, o contrato escolhido em equilíbrio pelo depositante não estará gerando utilidade inferior à utilidade de reserva para o banco.

Proposition 2 *O contrato eficiente C_i^* pode ser implementado como solução de equilíbrio.*

Proof. Implementando o contrato eficiente como solução de equilíbrio:

Seja $C_i^* = C_j^*$ a solução eficiente que, por definição deve satisfazer

$$V(C_i^*) = V\left(C_j^*\right) = 0$$

e

$$EU(C_i^*) = EU\left(C_j^*\right)$$

O banco i nunca oferecerá $C_i^{**} = \left(b_i^{**}, R_{D_i}^{S^{**}}, R_{D_i}^{F^{**}}\right)$ que implique $V(C_i^{**}) < V(C_i^*) = 0$ pois neste caso C_i^{**} lhe geraria utilidade inferior à sua utilidade de reserva $V(0,0,0) = 0$.

Logo, C_i^{**} não pode ser equilíbrio.

Supondo que ele ofereça $C_i' = \left(b_i', R_{D_i}^{S}{}', R_{D_i}^{F}{}'\right)$, tal que $V(C_i') > V(C_i^*) = 0$.

Isso só é possível,dado $\pi(e_i)$, se $R_{D_i}^{S}{}' < R_{D_i}^{S}{}'$e $R_{D_i}^{F}{}' < R_{D_i}^{F}{}'$, pois do contrário teríamos $V\left(C_j^*\right) < 0$, contradizendo C_i^* ser eficiente.

Mas $R_{D_i}^{S}{}' < R_{D_i}^{S}{}'$ou $R_{D_i}^{F}{}' < R_{D_i}^{F}{}'$implicam em $EU(C_i') < EU(C_i^*)$ o que levaria, dada a definição de equilíbrio, o depositante a optar pelo contrato do banco j.

Logo, C_i^* é equilíbrio. ■

Tem-se assim o equivalente ao segundo teorema do bem estar social para este mercado bancário.

2.3 Análise do Equilíbrio

Além das propriedades de eficiência acima demonstradas, algumas outras características interessantes desse equilíbrio restrito merecem ser destacadas. A dedução desses resultados está detalhada no Apêndice.

Usando o Teorema da Função Implícita podemos resolver o pseudo problema do depositante atendendo localmente a condição de lucro zero do banco com

$$R_D^S = \eta\left(R_D^F, b^0\right).$$

Redefinimos portanto o Pseudo Problema do Depositante para o caso particular em que só há um banco no mercado como sendo o de resolver o seguinte problema de maximização:

Pseudo problema reduzido:

$$\begin{aligned} \max_{b^o, R_D^S, R_D^F} & u\left(c^0\right) + \pi\left(f\left(\eta\left(R_D^F, b^0\right), R_D^F, b^0\right)\right) u\left(b^o \eta\left(R_D^F, b^0\right)\right) \\ & + \left(1 - \pi\left(f\left(\eta\left(R_D^F, b^0\right), R_D^F, b^0\right)\right)\right) u\left(b^o R_D^F\right) \end{aligned} \tag{11}$$

O que nos dá que, em equilíbrio:

$$u'\left(c^0\right) = \pi' f'_{b^o} \eta'_{b^o} \left(u_S - u_F\right) + \pi u'_S \left(1 + \frac{b^0 \eta'_{b^o}}{\eta}\right) + (1 - \pi) u'_F R_D^F$$

e

$$\pi' f'_{R_D^F} \left(\eta'_{R_D^F} + 1\right) \left(u_S - u_F\right) + b^0 \left(\pi u'_S \eta'_{R_D^F} + (1 - \pi) u'_F\right) = 0.$$

Sendo:

$$u_S = u\left(b^o \eta\left(R_D^F\right)\right)$$

e

$$u_F = u\left(b^o R_D^F\right)$$

Pode-se demonstrar o seguinte resultado:[1]

Proposition 3 *O contrato de equilíbrio, dada a restrição sobre o espaço de contratos, será tal que:*

i. *Se, em equilíbrio, a probabilidade de realização do estado bom da natureza for maior do que a probabilidade de realização do estado ruim da natureza o contrato ótimo implicará em remuneração igual para o depositante*

[1] As provas, como esta, não inseridas no corpo do artigo estão detalhadas no Apêndice.

em qualquer dos estados da natureza possíveis e portanto, a utilidade do depositante no estado ruim deve ser igual à sua utilidade no estado bom. Formalmente: se $\pi \geq (1-\pi)$ *,* $u_S = u_F$.

ii. *Se, em equilíbrio, a probabilidade de realização do estado ruim da natureza for maior do que a probabilidade de realização do estado bom da natureza o contrato ótimo implicará em remuneração para o depositante no estado ruim no mínimo igual à do estado bom e portanto, a utilidade do depositante no estado ruim deve ser no mínimo igual à sua utilidade no estado bom. Formalmente: se* $(1-\pi) > \pi$ *, ou* $u_S \leq u_F$.

iii. *Os contratos oferecidos em equilíbrio serão tais que o banco nunca lucrará mais com a realização do estado ruim da natureza relativamente ao seu lucro no estado bom da natureza, definindo portanto um diferencial positivo de lucro entre os dois estados da natureza possíveis para cada banco. Formalmente:* $\Delta l_i \geq 0$ *para todo* i.

Nesses termos temos que os contratos de depósitos verficiados em equilíbrio estipulam remunerações, no estado ruim, no mínimo iguais às remunerações no estado bom. Por outro lado, o banco nunca oferecerá contratos que gerem lucro positivo maior no estado ruim.

2.4 Equilíbrio sem cláusula de exclusividade

Na seção anterior, a análise partiu da hipótese de que os contratos oferecidos pelos dois bancos apresentavam como restrição a impossibilidade de diversificação. Nesta seção essa hipótese é abandonada.O espaço de contratos do depositante é ampliado com a possibilidade de que ele, ao se defrontar com os contratos C_i^* e C_j^* no mercado, aloque uma parcela α da sua dotação não consumida no banco i e $(1-\alpha)$ no banco j.

Nosso objetivo nessa seção é verificar em que medida a ampliação do espaço de contratos do depositante implica em mudança do equilíbrio e quais são os impactos sobre as propriedades de eficiência do equilíbrio do abandono da restrição sobre o espaço de contratos do depositante Avaliamos assim se o equilíbrio no mercado bancário, com a introdução de concorrência, mantém as propriedades de eficiência encontradas na estrutura restrita.

Analogamente à seção anterior, podemos analisar o problema como sendo equivalente a resolver o seguinte problema de otimização:

2.4.1 Pseudo Problema do Depositante com dois bancos

$$\begin{aligned}
&\max_{\alpha, R^S_{D_i}, R^F_{D_i}} u\left(c^0\right) + \pi_i\left(e_i\right)\pi_j\left(e_j\right) u\left(b^0_i\left(\alpha R^S_{D_i} + (1-\alpha) R^S_{D_j}\right)\right) + \\
&+\pi_i\left(e_i\right)\left(1-\pi_j\left(e_j\right)\right) u\left(b^0_i\left(\alpha R^S_{D_i} + (1-\alpha) R^F_{D_j}\right)\right) + \\
&+\left(1-\pi_i\left(e_i\right)\right)\pi_j\left(e_j\right) u\left(b^0_i\left(\alpha R^F_{D_i} + (1-\alpha) R^S_{D_j}\right)\right) + \\
&+\left(1-\pi_i\left(e_i\right)\right)\left(1-\pi_j\left(e_j\right)\right) u\left(b^0_i\left(\alpha R^F_{D_i} + (1-\alpha) R^F_{D_j}\right)\right)
\end{aligned}$$

sujeito a:

$$\alpha\left[\pi_i\left(R^S_i - R^S_{D_i}\right) b^o + \left(1-\pi_i\right)\left(R^F_i - R^F_{D_i}\right) b^o\right] - g\left(e_i\right) = 0$$

$$(1-\alpha)\left[\pi_j\left(R^S_j - R^S_{D_j}\right) b^o + \left(1-\pi_j\right)\left(R^F_j - R^F_{D_j}\right) b^o\right] - g\left(e_j\right) = 0$$

O efeito direto do relaxamento da hipótese de exclusividade é o impacto sobre o nível ótimo de esfoço dado que, neste caso,

$$e_i = f\left(R^S_{D_i}, R^F_{D_i}, b^0_i\right) = h^{-1}\left(\Delta l_i b^0_i\right)$$

com $\dfrac{\partial f}{\partial b^0_i} > 0$.

Logo, o esforço que resolve o problema do banco para o caso de dois bancos é menor do que o esforço ótimo para o caso de um único banco, sempre que houver divisão dos depósitos entre os dois bancos. Com isso, um efeito indireto surge, com a probabilidade de realização do estado bom da natureza $\pi\left(e_i\right)$ sendo menor para cada banco i como consequência de um menor nível de esforço ótimo.

Dado que os bancos estão sujeitos a choques independentes e obedecem portanto o comportamento individual de maximização, isso é possível tanto para $\pi\left(e_i\right) \geq \left(1-\pi\left(e_i\right)\right)$ quanto para $\left(1-\pi\left(e_i\right)\right) > \pi\left(e_i\right)$.

A eliminação da hipótese de exclusividade permite a formulação de um resultado mais geral, cuja prova está detalhada no anexo:

Proposition 4 *O equilíbrio com dois bancos é equivalente à solução eficiente do ponto de vista de bem estar. Sem a hipótese de exclusividade e independente de escala os contratos oferecidos em equilíbrio são tais que remuneram igualmente o depositante qualquer que seja a realização do estado da natureza. Neste caso, portanto, não há risco para o depositante. E mais,* *o depositante estará melhor se concentrar seus recursos em um único banco. Formalmente: C_i^* é tal que $R_{D_i}^{S^*} = R_{D_i}^{F^*}$ para $i = 1, 2$, estabelecendo que o depositante receberá remunerações iguais nos quatro estados da natureza possíveis no segundo período e $\alpha^* \in \{0, 1\}$.*

Define-se portanto um benchmark onde, relaxada a hipótese de exclusividade e considerados os efeitos de escala sobre o lucro dos bancos, a concentração bancária e a alocação de todo o risco para o banco é eficiente.

3 Introduzindo Restrições de Patrimônio Líquido

O resultado da seção anterior mostrou que, em um ambiente em que os bancos são risco neutros e os depositantes avessos ao risco, a assimetria de informação não está impactando sobre a eficiência do equilíbrio. Dentro desse contexto todo o risco fica alocado para o banco e o principal, embora desinformado, está plenamente segurado contra os choques negativos a que os bancos estão sujeitos.

Esse resultado é consistente com a teoria pois temos Agentes neutros ao risco que movem primeiro oferecendo contratos a Principais avessos, ambiente no qual problemas de perigo moral não têm reflexos sobre eficiência. Embora teoricamente consistente, a observação do funcionamento do setor bancário nos leva a questionar esse primeiro resultado, buscando assim uma extensão do modelo que melhor represente a relação em questão. Para tanto, nesta seção introduzimos uma restrição adicional ao problema dos bancos: eles só podem oferecer contratos que remunerem o depositante no máximo no valor do retorno dos projetos que ele financia. Isso equivale a impor aos bancos uma restrição de patrimônio líquido não negativo, ou de solvência, pois impede que eles ofereçam contratos que podem, dada a realização de determinado estado da natureza, implicar em lucro negativo. O objetivo da introdução desse novo conjunto de restrições é o de analisar em que medida há perdas de bem estar para o depositante nesse novo ambiente, embora haja ganhos de estabilidade pois limita-se o espaço de perdas do banco. Além disso, a introdução dessas novas restrições reflete uma maior fidelidade em relação ao real funcionamento do setor bancário.

Reformulamos, agora o modelo inicial, incorporando as novas restrições e analisando o novo equilíbrio.

3.1 Problema do banco, dado o contrato C_i e $b_i^0 > 0$:

$$\max_{e_i} \left(\pi\left(e_i\right) l_i^S + \left(1 - \pi\left(e_i\right) l_i^F\right)\right) b_i^0 - g\left(e_i\right)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeito a} &: \\ l_i^S &\geq -c \\ l_i^F &\geq -c \end{aligned}$$

É fácil verificar que, para $0 \leq c \leq \pi\left(e_i\right) \dfrac{g\acute{}(e_i)}{\pi\acute{}(e_i)}$ ou, no limite, com $c = 0$, apenas a segunda restrição está ativa, o que gera as seguintes condições de primeira ordem que, dadas as hipóteses sobre o comportamento das funções $v\left(.\right)$ e $g\left(.\right)$, caracterizam plenamente a solução do problema do banco, são dadas por:

$$l_i^S b_i^0 = \frac{\partial g\left(e_i\right)}{\partial \pi\left(e_i\right)} = h\left(e_i\right)$$

$$l_i^F = 0$$

Sendo

$$l_i^S b_i^0 = \left[\left(R_i^S - R_{D_i}^S\right)\right] b_i^0 = h\left(e_i\right)$$

Temos, portanto:

$$e_i = h^{-1}\left(l_i^S b_i^0\right) = f\left(R_{D_i}^S, b_i^0\right)$$

3.1.1 Problema Transformado do Depositante:

Seja

$$\Psi\left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F, b_i^0\right) = \left(\pi\left(e_i\right) l_i^S + \left(1 - \pi\left(e_i\right) l_i^F\right)\right) b_i^0 - g\left(e_i\right)$$

Dada a restrição ativa $l_i^F = 0$:

$$\Psi\left(R_{D_i}^S, R_{D_i}^F, b_i^0\right) = \pi\left(e_i\right) l_i^S b_i^0 - g\left(e_i\right)$$

Pode ser resolvida localmente para $\Psi\left(R_{D_i}^S, b_i^0\right) = 0$, com b_i^0 como função de $R_{D_i}^S$.

Existe portanto $\eta\left(.\right)$ tal que $b_i^0 = \eta\left(R_{D_i}^S\right)$, sendo

$$D_{R_{D_i}^S} \eta\left(R_{D_i}^S\right) = -\frac{D_{R_{D_i}^S} \Psi\left(R_{D_i}^S, b_i^0\right)}{D_{b_i^0} \Psi\left(R_{D_i}^S, b_i^0\right)}$$

e portanto:

$$D_{R_{D_i}^S} \eta\left(R_{D_i}^S\right) = \frac{b_i^0}{\left(R^S - R_{D_i}^S\right)} > 0$$

Podemos reescrever o problema do depositante, incorporando as restriçoes, o que nos dá como condição de primeira ordem:

$$\pi' f' \left(1+\eta'\right)\left(u_S - u_F\right) + \pi u_S' \left(\eta' R_{D_i}^S + \eta\right) + (1-\pi)\, u_F' \eta' R^F = 0$$

Mas como

$$\pi u_S' \left(\eta' R_{D_i}^S + \eta\right) + (1-\pi)\, u_F' \eta' R^F > 0$$

temos que ter

$$\pi' f' \left(1+\eta'\right)\left(u_S - u_F\right) < 0$$

O que só é possível,dado que $\pi' f' < 0$, com $u_S > u_F$ e portanto $R_{D_i}^S > R^F$.[2]

Proposition 5 *No equilíbrio restrito os bancos individualmente escolhem oferecer contratos que remuneram diferentemente os depositantes em cada estado da natureza. Além disso, o esforço ótimo associado é inferior àquele encontrado no equilíbrio irrestrito.*

A primeira parte da proposição está provada no argumento apresentado anteriormente. Quanto à segunda parte, o raciocínio é trivial pois sabemos da seção 1.3.2 que $e_i^{IR} = \Delta l_i^{IR} = \left(R^S - R^F\right)$. Com a introdução da restrição a lucro não negativo, passamos a ter $e_i^{RR} = \Delta l_i^{RR} = \left(R^S - R_{D_i}^S\right)$. Mas como os contratos de equilíbrio definem $R_{D_i}^S > R^F$ é direto observar que $\Delta l_i^{RR} = \left(R^S - R_{D_i}^S\right) = e_i^{RR} < \left(R^S - R^F\right) = \Delta l_i^{IR} = e_i^{IR}$.[3]

3.2 Reformulando o pseudo problema com dois bancos

O pseudo problema do depositante com dois bancos, incorporando as restrições de patrimônio líquido, pode ser reescrito conforme segue:

$$\begin{aligned}
&\max \pi_1 \left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) \pi_2 \left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right) u\left(\left(\alpha R_{D_1}^S + (1-\alpha)\, R_{D_2}^S\right) b^0\right) \\
&+\pi_1 \left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) (1-\pi_2) \left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right) u\left(\left(\alpha R_{D_1}^S + (1-\alpha)\, R^F\right) b^0\right) \\
&+(1-\pi_1) \left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) \pi_2 \left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right) u\left(\left(\alpha R^F + (1-\alpha)\, R^F\right) R_{D_2}^S\right) \\
&+(1-\pi_1) \left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) (1-\pi_2) \left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right) u\left(R^F b^0\right)
\end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\alpha \pi_1 \left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) \left(R^S - R_{D_1}^S\right) b^0 &\geq g_1\left(f\left(R_{D_1}^S, \alpha b^0\right)\right) \\
(1-\alpha)\, \pi_2 \left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right) \left(R^S - R_{D_2}^S\right) b^0 &\geq g_2\left(f\left(R_{D_2}^S, (1-\alpha)\, b^0\right)\right)
\end{aligned}$$

[2] A condição de segunda ordem que garante se tratar de um máximo está atendida.

[3] Supor h^{-1}linear aqui simplifica o argumento sem perdas qualitativas para a análise. Isto será feito outras vezes ao longo do texto.

Cujas condições de primeira ordem necessárias e suficientes para caracterização do ótimo são dadas por:

$$\begin{aligned}
& \pi_1' f_1' \pi_2 \left(u^{SS} - u^{FS}\right) + (1-\pi_2)\left(u^{SF} - u^{FF}\right) \\
& + \pi_1 \alpha b^0 \left(\pi_2 u'_{SS} + (1-\pi_2) u'_{SF} + \lambda_1\right) \\
= & \ 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \pi_2' f_2' \left(\pi_1 \left(u^{SS} - u^{SF}\right) + (1-\pi_1)\left(u^{FS} - u^{FF}\right)\right) \\
& + \pi_2 (1-\alpha) b^0 \left(\pi_1 u'_{SS} + (1-\pi_1) u'_{FS} + \lambda_2\right) \\
= & \ 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \pi_1' f_1' \left(\pi_2 \left(u^{SS} - u^{FS}\right) + (1-\pi_2)\left(u^{SF} - u^{FF}\right)\right) \\
& + \pi_2' f_2' \left(\pi_1 \left(u^{SS} - u^{SF}\right) + (1-\pi_1)\left(u^{FS} - u^{FF}\right)\right) + \\
& b^0 \left(\begin{array}{c} \pi_1 (1-\pi_2) u'_{SF} \left(R^S_{D_1} - R^F\right) + \pi_2 (1-\pi_1) u'_{FS} \left(R^F - R^S_{D_2}\right) \\ + \pi_1 \pi_2 u'_{SS} \left(R^S_{D_1} - R^S_{D_2}\right) \end{array} \right) \\
= & \ 0
\end{aligned}$$

Mas como $\pi_1 \left(\alpha b^0 \pi_2 u'_{SS} + (1-\pi_2) u'_{SF} + \lambda_1\right) > 0$, para $\alpha b^0 > 0$ e $\pi_1' f_1' < 0$, temos que ter $\pi_2 \left(u^{SS} - u^{FS}\right) + (1-\pi_2)\left(u^{SF} - u^{FF}\right) > 0$.

O que só é possível com $u^{SS} > u^{FS}$ e $u^{SF} > u^{FF}$ e portanto $R^S_{D_1} > R^F_{D_1} = R^F$, conforme já encontrado na solução do problema individual de maximização do banco 1 e portanto característica dos contratos oferecidos em equilíbrio pelo banco 1.

Mas como $\pi_2 (1-\alpha) b^0 \left(\pi_1 u'_{SS} + (1-\pi_1) u'_{FS} + \lambda_2\right) > 0$, para $(1-\alpha) b^0 > 0$ e $\pi_2' f_2' < 0$, temos que ter $\pi_1 \left(u^{SS} - u^{SF}\right) + (1-\pi_1)\left(u^{FS} - u^{FF}\right) > 0$.

O que só é possível com $u^{SS} > u^{SF}$ e $u^{FS} > u^{FF}$ e portanto $R^S_{D_2} > R^F_{D_2} = R^F$, conforme já encontrado na solução do problema individual de maximização do banco 2 e portanto característica dos contratos oferecidos em equilíbrio pelo banco 2.[4]

A partir da solução do problema restrito com dois bancos, podemos formular a seguinte proposição:

Proposition 6 *No problema com dois bancos com restrição a lucro negativo os contratos de equilíbrio remuneram o depositante diferentemente em cada estado da natureza. Além disso, a solução prevê que o depositante não mais concentre seus recursos em um único banco, buscando na diversificação a suavização do seu consumo.*

[4] Além disso, com $\alpha = 0$ ou $\alpha = 1$ as condições estão atendidas apenas para $u^S = u^F$, o que contradiz as condições de maximização dos bancos e portanto as características dos contratos oferecidos em equilíbrio.

Uma nova situação de equilíbrio emerge portanto do problema restrito. Por um lado passamos a ter uma solução onde o depositante avesso deixa de estar completamente segurado (contrariamente à solução do caso irrestrito), assumindo algum risco contingente. Por outro, a concentração, que na formulação original emergiu como condição de equilíbrio, deixa de ser ótimo aqui pois a divisão dos depósitos permite uma suavização do consumo do agente avesso via diversificação de riscos.

Além disso, a assimetria de informação no problema restrito passa a desempenhar um papel importante pois cria ineficiências alocativas ao determinar um esforço ótimo - e portanto um retorno esperado da economia - inferior ao exercido no problema irrestrito. Nesse sentido, embora eficiente restrito pois nao há como melhorar nenhum dos agentes, há perdas de bem estar associadas à diminuição do espaço factível de contratos de depósito.[5]

4 A Relação de Longo Prazo

Até aqui nos concentramos em analisar as características do equilíbrio da relação depositante-banco em um modelo com apenas dois períodos. O foco esteve voltado para questões como alocação de risco, concentração x competição, eficiência. Mas o ponto central ainda não abordado é justamente a questão relativa à existência de corridas bancárias em equilíbrio.

O objetivo desta seção é o de analisar o equilíbrio dos contratos de depósitos bancários quando a relação depositante-banco dura mais do que um único período. Para tanto, desenvolvemos um modelo em três períodos que se traduz em um jogo repetido com informação assimétrica.

Adotamos três abordagens diferentes, seguindo o que já foi feito na seção anterior para o modelo em um período. Inicialmente o banco se depara apenas com restrições relativas à livre entrada, ou seja, os contratos de equilíbrio são caracterizados por gerarem utilidade zero para o banco. Numa segunda abordagem incluímos as restrições a patrimônio líquido negativo em ambos os períodos da relação. Finalmente, uma abordagem alternativa é considerada com o banco enfrentando a restrição a patrimônio líquido negativo apenas no último período. A idéia dessa última abordagem é a de captar o descasamento tradicional das operações de intermediação

[5] Embora em linha com a evidência empírica, a solução restrita insere um trade-off cuja discussão ultrapassa o escopo deste trabalho. Se por um lado restringir o espaço de contratos possíveis implica em perdas de bem estar pela redução nos níveis de esforço ótimo, por ouro significa ganhos em termos de solidez do sistema ao limitar inferiormente as perdas dos bancos. Esse é um tema que a literatura ligada à regulação de solvência tem explorado vastamente, vide por exemplo, Bensaid, Pagès et Rochet (1995).

financeira dos bancos. Ou seja, os contratos de depósito a vista garantem ao depositante liquidez imediata enquanto os projetos financiados pelos bancos com os recursos captados têm maturação mais longa. Isso se traduz aqui pela possibilidade do depositante renegar o contrato de depósito ao fim do primeiro período, quando a tecnologia de empréstimo é improdutiva.

Adotamos três abordagens diferentes, seguindo o que já foi feito na seção anterior para o modelo em um período. Inicialmente o banco se depara apenas com restrições relativas à livre entrada, ou seja, os contratos de equilíbrio são caracterizados por gerarem utilidade zero para o banco. Numa segunda abordagem incluímos as restrições a patrimônio líquido negativo em ambos os períodos da relação. Finalmente, uma abordagem alternativa é considerada com o banco enfrentando a restrição a patrimônio líquido negativo apenas no último período. A idéia dessa última abordagem é a de captar o descasamento tradicional das operações de intermediação financeira dos bancos. Ou seja, os contratos de depósito a vista garantem ao depositante liquidez imediata enquanto os projetos financiados pelos bancos com os recursos captados têm maturação mais longa. Isso se traduz aqui pela possibilidade do depositante renegar o contrato de depósito ao fim do primeiro período, quando a tecnologia de empréstimo é improdutiva.

Passemos então à formalização do modelo.

4.1 O modelo em três períodos

O ambiente desta nova versão, à excessão da introdução de um terceiro período e os ajustes nas funções utilidade e lucro do banco, é o mesmo da versão original, ou seja:

$t = 0, 1, 2$, incerteza nos dois últimos períodos.

choques independentes.

As funções lucro e desutilidade do esforço definem uma função objetivo para o banco[6]:

$$V\left(b_i^0, l_i^t, e_i^t\right) = Ev\left(b_i^0, l_i^1\right) - g\left(e_i^1\right) + \delta\left(Ev\left(b_i^0, l_i^2\right) - g\left(e_i^2\right)\right) \tag{12}$$

Função utilidade esperada do depositante como sendo

$$\begin{aligned} EU &= u\left(d^0 - b_i^0\right) + \pi_i\left(e_i^1\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^{S_1}\right) + \left(1 - \pi_i\left(e_i^1\right)\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^{F_1}\right) \\ &\quad + \delta\left(\pi_i\left(e_i^2\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^{S_2}\left(R^{s_1}\right)\right) + \left(1 - \pi_i\left(e_i^2\right)\right) u\left(b_i^0 R_{D_i}^{F_2}\left(R^{s_1}\right)\right)\right) \end{aligned} \tag{13}$$

Cronologia das ações:

[6] Vamos nos concentrar, nesta seção, na análise sem escala pois sua inclusão gera mais complexidade sem que haja ganhos qualitativos na análise.

$t = 0$

- os bancos oferecem contratos de depósito de longo prazo ao depositante.

- cada contrato tem um esforço associado e estipula uma remuneração contingente em cada período subsequente.

- depositante escolhe os contratos de um banco, de outro ou dos dois.

$t = 1$

- estado s^1 da natureza se realiza.

- sob a hipótese de comprometimento pleno o depositante nunca renega o contrato.

- sem a hipótese de comprometimento pleno o depositante escolhe ação $a_h = \{a_h^1, a_h^2\}$, onde $a_h^1 = 0$ representa sacar o seu depósito do banco, renegando o contrato e $a_h^2 = 1$ representa mantê-lo, determinando a continuidade da relação por mais um período.

- caso o depositante decida-se por $a_h^1 = 0$, ele recebe sua remuneração e o banco é liquidado (introduzimos aqui a quebra do banco para representar o fato da tecnologia de investimento ser improdutiva no curto prazo).

- caso o depositante decida-se por $a_h^2 = 1$, inicia-se um outro período com o banco reafirmando o contrato inicialmente pactuado.

$t = 2$

- o estado da natureza s^2 se realiza e o depositante recebe sua remuneração $R_D^{s_2}(R_D^{s_1})$ e o banco apura seu lucro $l^{s_2}(R_D^{s_2}, R_D^{s_1})$.

Teconologia:

O banco investe os recursos em uma tecnologia de empréstimos R que gera um retorno estocástico $\widetilde{R}$, sendo que assumimos, como nas seções anteriores, apenas dois retornos possíveis: R^S com probabilidade $\pi(e)$ e R^F com probabilidade $(1 - \pi(e))$. Os retornos são distribuídos independentemente no tempo, o que equivale a dizer que as realizações passadas não trazem informações acerca da probabilidade das realizações correntes.

Função utilidade, separável no tempo, do depositante avesso:

$$EU = u(R^{s_1} - l^{s_1}) + \delta u(R^{s_2} - l^{s_2})$$

como $R^{s_t} - l^{s_t} = R_D^{s_t}$, podemos reescrever a função utilidade em termos da remuneração oferecida pelo contrato:

$$EU = u(R_D^{s_1}) + \delta u(R_D^{s_2})$$

O contrato de longo prazo é portanto definido por: $C^{LP} = \{R_D^{s_1}, R_D^{s_2}(R_D^{s_1})\}$

4.2 Restrições:

Vamos inicialmente, explicitar as restrições básicas da relação depositante-banco em dois períodos, dada a hipótese natural de que esforço alto é socialmente preferível a esforço baixo.

O banco, o agente neutro informado, se depara com restrições de participação e de incentivos tanto no segundo quanto no primeiro período, quando a análise intertemporal se sobrepõe:

4.2.1 Restrições de Incentivos para o segundo período:

$$\begin{aligned} & \pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right) \\ \geq \; & \pi\left(\widetilde{e}^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-\left(1-\pi\left(\widetilde{e}^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-g\left(\widetilde{e}^{2}\right) \end{aligned} \tag{14}$$

para todo $\widetilde{e}^{2} \in [0,1]$.

4.2.2 Restição de Incentivos para o primeiro período:

$$\begin{aligned} & \pi\left(e^{1}\right)\left(l^{S_{1}}+\delta\left(\pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right)\right)\right) \\ & +\left(1-\pi\left(e^{1}\right)\right)\left(l^{F_{1}}+\delta\left(\pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right)\right)\right)-g\left(e^{1}\right) \\ \geq \; & \pi\left(\widetilde{e}^{1}\right)\left(l^{S_{1}}+\delta\left(\pi\left(\widetilde{e}^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(\widetilde{e}^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)-g\left(\widetilde{e}^{2}\right)\right)\right) \\ & +\left(1-\pi\left(\widetilde{e}^{1}\right)\right)\left(l^{F_{1}}+\delta\left(\pi\left(\widetilde{e}^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(\widetilde{e}^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)-g\left(\widetilde{e}^{2}\right)\right)\right)-g\left(\widetilde{e}^{1}\right) \end{aligned} \tag{15}$$

para todo $\widetilde{e}^{1}, \widetilde{e}^{2} \in [0,1]$

4.2.3 Restrição de Participação Intertemporal:

$$\begin{aligned} & \pi\left(e^{1}\right)\left(l^{S_{1}}+\delta\left(\pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right)\right)\right) \\ & +\left(1-\pi\left(e^{1}\right)\right)\left(l^{F_{1}}+\delta\left(\pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{F_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right)\right)\right) \\ \geq \; & g\left(e^{1}\right) \end{aligned} \tag{16}$$

4.2.4 Restrição de Participação para o segundo período:

$$\pi\left(e^{2}\right) l^{S_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)+\left(1-\pi\left(e^{2}\right)\right) l^{F_{2}}\left(R^{S_{1}}\right)-g\left(e^{2}\right) \geq l^{s_{2}}\left(R^{s_{1}}\right) \tag{17}$$

Dentro da cronologia de ações já explicitada,e resolvendo o problema recursivamente, temos que o banco oferece contratos de depósito que resolvem o seguinte programa no segundo período:

$$\max_{e_i^2} \pi\left(e_i^{2}\right)\left(R^{S_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-R_{D}^{S_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)\right)+\left(1-\pi\left(e_i^{2}\right)\right)\left(R^{F_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-R_{D}^{F_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)\right)-g\left(e_i^{2}\right)$$

o que nos dá a seguinte condição de primeira ordem, suficiente para a caracterização do problema:

$$l^{S_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)-l^{F_{2}}\left(R^{s_{1}}\right)=\frac{g'(e^{2})}{\pi'(e^{2})}$$

Por outro lado, o problema intertemporal é dado pelo seguinte programa:

$$\max_{e_i^1, e_i^2} \pi\left(e_i^1\right)\left(R^{S_1} - R_D^{S_1}\right) + \left(1 - \pi\left(e_i^1\right)\right)\left(R^{F_1} - R_D^{F_1}\right) - g\left(e_i^1\right)$$
$$+\delta\begin{pmatrix} \pi\left(e_i^2\right)\left(R^{S_2}\left(R^{s_1}\right) - R_D^{S_2}\left(R^{s_1}\right)\right) \\ +\left(1-\pi\left(e_i^2\right)\right)\left(R^{F_2}\left(R^{s_1}\right) - R_D^{F_2}\left(R^{s_1}\right)\right) - g\left(e_i^2\right) \end{pmatrix}$$

Condições de primeira ordem:

$$l^{S_1} - l^{F_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} = h\left(e^1\right)$$

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) - l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} = z\left(e^2\right)$$

Temos portanto:

$$h^{-1}\left(\Delta l^1\right) = f\left(R_D^{s_1}\right) = e^1$$

e

$$z^{-1}\left(\Delta l^2\right) = f\left(R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right) = e^2$$

4.3 Problema do Depositante:

O depositante escolhe, dentre os contratos oferecidos pelo banco, aquele que maximiza sua utilidade esperada sujeito a (14) - (17).

Usando a abordagem de Primeira Ordem, podemos resolver o problema do depositante substituindo as restrições de incentivos globais pelas restrições locais:

$$l^{S_1} - l^{F_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} \tag{18}$$

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) - l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} \tag{19}$$

O problema pode ser escrito como sendo o de:[7]

$$\max_{\left\{\left(R_D^{S_1}, R_D^{F_1}\right), \left(R_D^{S_2}(R^{s_1}), R_D^{F_2}(R^{s_1})\right)\right\}} \pi\left(e^1\right)\left(u^{S_1} + \delta\left(\pi\left(e^2\right)u^{S_2S_1} + \left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u^{F_2S_1}\right)\right)$$
$$+\left(1-\pi\left(e^1\right)\right)\left(u^{F_1} + \delta\left(\pi\left(e^2\right)u^{S_2F_1} + \left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u^{F_2F_1}\right)\right)$$

sujeito a (16), (17), (18) e (19).

[7] A partir daqui passamos a adotar uma notação simplificada onde $u^{s_1} = u\left(R_D^{s_1}\right)$ e $u^{s_2s_1} = u\left(R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)$

4.4 Contrato de continuação para o segundo período:

O depositante resolve, no segundo período, o seguinte pseudo problema :

$$\max_{R_D^{S_2}(R^{s_1}),R_D^{F_2}(R^{s_1})} \pi\left(e^2\right)u^{S_2s_1}+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u^{F_2s_1}$$

sujeito a:

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right)-l^{F_2}\left(R^{s_1}\right)=\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}$$

$$\pi\left(e^2\right)l^{S_2}\left(R^{s_1}\right)+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)l^{F_2}\left(R^{s_1}\right)-g\left(e^2\right)\geq l^{s_2}\left(R^{s_1}\right)$$

Definimos como $V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)$ o valor desse problema, que define o pay-off de continuação do depositante.

Sendo λ e μ os multiplicadores associados respectivamente às restrições de incentivos e de participação do segundo período, temos $\mu=\pi\left(e^2\right)u^{S_2s_1\prime}+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u^{F_2s_1\prime}>0$ e portanto ambas as restrições estão ativas.Logo:

$$\begin{aligned}
l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) &= R^{F_2}-R_D^{F_2}\left(R^{s_1}\right)=\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)-\pi\left(e^2\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}\\
l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) &= R^{S_2}-R_D^{S_2}\left(R^{s_1}\right)=\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}
\end{aligned}$$

Temos portanto o custo de implementação do esforço ótimo no segundo período dado por:

$$\begin{aligned}
C_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right) &= \pi\left(e^2\right)u\left(\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}\right)\\
&\quad+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u\left(\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)-\pi\left(e^2\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}\right)
\end{aligned}$$

e o contrato de continuação para o depositante fica então definido como:

$$\begin{aligned}
V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right) &= \pi\left(e^2\right)u\left(R^{S_2}-\left(\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}\right)\right)\\
&\quad+\left(1-\pi\left(e^2\right)\right)u\left(\left(R^{s_2}-R_D^{s_2}\left(R^{s_1}\right)\right)+g\left(e^2\right)-\pi\left(e^2\right)\frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}\right)
\end{aligned}$$

Voltando ao problema original, passamos a ter que o problema do depositante pode ser reescrito em termos da utilidade corrente e de um valor de continuação do contrato que define a utilidade no segundo período, cuja solução é dada a partir do seguinte programa:

$$\max_{\left\{\left(R_D^{S_1},R_D^{F_1}\right),\left(R_D^{S_2}(R^{s_1}),R_D^{F_2}(R^{s_1})\right)\right\}} \pi\left(e^1\right)u^{S_1}+\left(1-\pi\left(e^1\right)\right)u^{F_1}$$
$$+\delta\left(\pi\left(e^1\right)V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{S_1}\right)\right)+\left(1-\pi\left(e^1\right)\right)V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{F_1}\right)\right)\right)$$

sujeito a

$$l^{S_1} - l^{F_1} = \frac{g\acute{}(e^1)}{\pi\acute{}(e^1)} = h\left(e^1\right)$$

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) - l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) = \frac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)} = z\left(e^2\right)$$

$$\begin{aligned} & \pi\left(e^1\right) l^{S_1} + \delta l^{s_2}\left(R^{S_1}\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right)\left(l^{F_1} + \delta l^{s_2}\left(R^{F_1}\right)\right) \\ \geq \;\; & g\left(e^1\right) + \delta g\left(e^2\right) \end{aligned}$$

Otimizando em relação a $R_D^{S_1}$ e $R_D^{F_1}$ nos dá:

$$\mu = \pi\left(e^1\right) u^{S_1\prime} + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) u^{F_1\prime} > 0$$

Portanto, a restrição intertemporal de participação está ativa no problema.

Além disso,

$$\lambda_1 = \pi\left(e^1\right)\left(1 - \pi\left(e^1\right)\right)\left(u^{S_1\prime} - u^{F_1\prime}\right)$$

Otimizando agora em relação a $R_D^{s_2}\left(R^{S_1}\right)$ e $R_D^{s_2}\left(R^{F_1}\right)$ implica em:

$$\mu = \pi\left(e^1\right) V_2\acute{}\left(R_D^{s_2}\left(R^{S_1}\right)\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) V_2\acute{}\left(R_D^{s_2}\left(R^{F_1}\right)\right)$$

Mas, este segundo período do jogo equivale ao jogo em um período já desenvolvido anteriormente na seção 2 e que tem como solução contratos que remuneram o depositante igualmente em todos os estados da natureza. Ou seja, temos que $R_D^{S_2}\left(R^{s_1}\right) = R_D^{F_2}\left(R^{s_1}\right) = R_D^2\left(R^{s_1}\right)$ e portanto $R^{S_2} - R^{F_2} = \dfrac{g\acute{}(e^2)}{\pi\acute{}(e^2)}$e, para o caso em que $l^{s_2}\left(R^{s_1}\right) = 0 :$ [8]

$$\begin{aligned} l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) &= g\left(e^2\right) - \pi\left(e^2\right)\left(R^{S_2} - R^{F_2}\right) \\ l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) &= g\left(e^2\right) + \left(1 - \pi\left(e^2\right)\right)\left(R^{S_2} - R^{F_2}\right) \end{aligned}$$

$\Rightarrow l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) > 0$ sempre pois por hipótese, $R^{S_2} > R^{F_2}$ e $g\left(e^2\right) > 0$ para $\pi\left(e^2\right) = 1$.

Dadas a convexidade estrita de função desutilidade do esforço $g(.)$ e a concavidade da função probabilidade $\pi(.)$, e a monotonicidade crescente de ambas as funções, o contrato oferecido em equilíbrio estipulará lucro negativo para o banco no segundo período, caso o estado ruim da natureza se realize. Pois, como ambas $g\left(e^2\right)$ e $\pi\left(e^2\right)$ são crescentes mas $g\acute{}(e^2) > 0$ e $\pi\acute{}(e^2) < 0 \Rightarrow$

[8] Isso é garantido pela hipótese de livre entrada pois, com $l^{s_2}\left(R^{s_1}\right) > 0$ outros bancos podem oferecer contratos que melhorem estritamente tanto o depositante quanto o banco.

$\frac{g(e^2)}{\pi(e^2)} < \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)}$. E como $l^{F_2}(R^{s_1}) = g(e^2) - \pi(e^2)\left(R^{S_2} - R^{F_2}\right)$ para $\frac{g(e^2)}{\pi(e^2)} <$ $\left(R^{S_2} - R^{F_2}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)}$ temos $l^{F_2}(R^{s_1}) < 0$.

Além disso, podemos reescrever o problema original como sendo:

$$\max_{\left\{\left(R_D^{S_1}, R_D^{F_1}\right), \left(R_D^{S_2}(R^{s_1}), R_D^{F_2}(R^{s_1})\right)\right\}} \pi\left(e^1\right) u^{S_1} + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) u^{F_1} + \delta V_2\left(R_D^2(R^{s_1})\right)$$

sujeito a

$$l^{S_1} - l^{F_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} = h\left(e^1\right)$$

$$\begin{aligned} & \pi\left(e^1\right)\left(l^{S_1} + \delta l^{s_2}\left(R^{S_1}\right)\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right)\left(l^{F_1} + \delta l^{s_2}\left(R^{F_1}\right)\right) \\ \geq \ & g\left(e^1\right) + \delta g\left(e^2\right) \end{aligned}$$

Otimizando em relação a $R_D^{S_1}$ e $R_D^{F_1}$ e resolvendo para μ :

$$\mu = \pi\left(e^1\right) u^{S_1\prime} + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) u^{F_1\prime} > 0$$

Otimizando agora em relação a $R_D^2(R^{s_1})$:

$$\mu = V_2'\left(R_D^2(R^{s_1})\right)$$

Além disso $\lambda_1 = \pi(e^1)(1 - \pi(e^1))\left(u^{S_1\prime} - u^{F_1\prime}\right) > 0$.

Mas temos, mais uma vez, a repetição do jogo em um período desenvolvido na seção 2, que nos dá como condição suficiente para o equilíbrio que os contratos estipulem remuneração igual para o depositante em todos os estados da natureza, ou seja $R_D^{S_1} = R_D^{F_1}$, e portanto $l^{S_1} - l^{F_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} =$ $\left(R^{S_1} - R^{F_1}\right)$

Temos portanto

$$l^{F_1} = g\left(e^1\right) - \pi\left(e^1\right)\left(R^{S_1} - R^{F_1}\right) < 0$$

$$l^{S_1} = g\left(e^1\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right)\left(R^{S_1} - R^{F_1}\right) > 0$$

para $e^1 > 0$ [9]

Mas como $R_D^{F_1} = R_D^{S_1}$ temos que

$$h^{-1}\left(e^1\right) = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} = R^{S_1} - R^{F_1} > 0$$

Isso nos permite afirmar que sob a hipótese de livre entrada, em equilíbrio, o contrato de depósito de longo prazo aloca todo o risco para o banco e prevê lucro negativo caso o estado ruim da natureza se realize em qualquer dos períodos. Além disso o esforço ótimo associado é sempre positivo.

[9] O raciocínio aqui é exatamente o mesmo utilizado para $l^{F_2}(R^{s_1}) < 0$.

4.5 Introduzindo restrições a patrimônio líquido negativo nos dois períodos:

Vamos agora restringir o espaço de possibilidade de contratos dos bancos, ao assumir que eles não podem oferecer contratos que gerem lucro negativo, qualquer que seja a realização do estado da natureza. Neste caso, o problema do banco passa a ser:

$$\begin{array}{l} \max\limits_{e_i} \pi\left(e_i^1\right)\left(R^{S_1}-R_D^{S_1}\right)+\left(1-\pi\left(e_i\right)\right)\left(R^{F_1}-R_D^{F_1}\right)-g\left(e_i^1\right) \\ +\delta\left(\begin{array}{c} \pi\left(e_i^2\right)\left(R^{S_2}\left(R^{s_1}\right)-R_D^{S_2}\left(R^{s_1}\right)\right) \\ +\left(1-\pi\left(e_i^2\right)\right)\left(R^{F_2}\left(R^{s_1}\right)-R_D^{F_2}\left(R^{s_1}\right)\right)-g\left(e_i^2\right) \end{array}\right) \end{array}$$

sujeito a:

$$l^{s_1} \geq -c$$

$$l^{s_2}\left(R^{s_1}\right) \geq -c$$

para $s = S, F$.

Novamente aqui temos que, com $c = 0$, as restrições acima estão ativas apenas para l^{F_1} e $l^{F_2}\left(R^{s_1}\right)$. Isso a partir da cronologia de ações previamente especificada nos permite definir as funções esforço do banco como sendo:

$$l^{S_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} \tag{20}$$

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} \tag{21}$$

O problema do depositante passa a ser então o de escolher o contrato que maximize sua utilidade esperada, sujeito a (16), (17), (20) e (21).

Cuja solução deve atender:

$$l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)}$$

e

$$\pi\left(e^2\right) l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) - g\left(e^2\right) = l^{s_2}\left(R^{s_1}\right)$$

Logo:

$$\begin{aligned} l^{F_2}\left(R^{s_1}\right) &= 0 \\ l^{S_2}\left(R^{s_1}\right) &= \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} \end{aligned}$$

Mas por outro lado $l^{S_2}(R^{s_1}) = \dfrac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} = \dfrac{l^{s_2}(R^{s_1}) + g(e^2)}{\pi(e^2)} = \dfrac{g(e^2)}{\pi(e^2)}$, para $l^{s_2}(R^{s_1}) = 0$.

O que só é possível para $l^{S_2}(R^{s_1}) = 0$.

E portanto para $e^2_{LL} = 0$.

Temos o custo de implementação do esforço ótimo no segundo período dado por:

$$C_2\left(R_D^{s_2}(R^{s_1})\right) = \pi\left(e^2\right) u\left(\frac{l^{s_2}(R^{s_1}) + g(e^2)}{\pi(e^2)}\right) = 0$$

E o contrato de continuação para o depositante fica então definido como:

$$\begin{aligned} V_2\left(R_D^{s_2}(R^{s_1})\right) &= \pi\left(e^2\right) u\left(R^{S_2} - \left(\frac{R^{S_2} - R_D^{s_2}(R^{s_1}) + g(e^2)}{\pi(e^2)}\right)\right) \\ &\quad + \left(1 - \pi\left(e^2\right)\right) u\left(R^{F_2}\right) = u\left(R^{F_2}\right) \end{aligned}$$

Voltando ao problema original:

$$\max_{\left\{\left(R_D^{S_1}\right), \left(R_D^{S_2}(R^{s_1})\right)\right\}} \pi\left(e^1\right) u(R^{S_1} - l^{S_1}) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) u\left(R^{F_1}\right)$$

$$+\delta\left(\pi\left(e^1\right) V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{S_1}\right)\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) V_2\left(R_D^{s_2}\left(R^{F_1}\right)\right)\right)$$

$$l^{S_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} = h\left(e^1\right)$$

$$l^{S_2}(R^{s_1}) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} = z\left(e^2\right)$$

$$\pi\left(e^1\right)\left(l^{S_1} + \delta l^{s_2}\left(R^{S_1}\right)\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right)\delta l^{s_2}\left(R^{F_1}\right) \geq g\left(e^1\right) + \delta g\left(e^2\right)$$

Mas como $\pi(e^1)\,\delta l^{s_2}\left(R^{S_1}\right) + (1 - \pi(e^1))\,\delta l^{s_2}\left(R^{F_1}\right) = \delta g(e^2)$ [10], temos

$$l^{S_1} = \frac{g'(e^1)}{\pi'(e^1)} = \frac{g(e^1)}{\pi(e^1)}$$

o que só é possível com $e^1_{LL} = 0$.

O que nos permite formular a seguinte proposição:

Proposition 7 *Sob livre entrada e com restrições de solvência em ambos os períodos, o contrato de equilíbrio prevê lucro zero para o banco em ambos os períodos, tendo como esforço ótimo associado o esforço nulo.*

[10] Pela restrição intertemporal de participação pois
$\pi\left(e^1\right) l^{s_2}\left(R^{S_1}\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) l^{s_2}\left(R^{F_1}\right)$
$= l^{s_2}(R^{s_1}) + g\left(e^2\right)$.
E $l^{s_2}(R^{s_1}) = 0$ por livre entrada, temos
$\pi\left(e^1\right) l^{s_2}\left(R^{S_1}\right) + \left(1 - \pi\left(e^1\right)\right) l^{s_2}\left(R^{F_1}\right) = g\left(e^2\right)$.

4.6 Introduzindo restrições a patrimônio líquido negativo apenas no segundo período:

Nesta seção relaxamos uma das restrições de solvência supondo que o banco não possa oferecer contratos que gerem lucro negativo apenas no segundo período, qualquer que seja a realização do estado da natureza.

Neste caso, o problema do banco passa a ser:

$$\max_{e_i} \pi(e_i)\left(R^{S_1} - R_D^{S_1}\right) + (1-\pi(e_i))\left(R^{F_1} - R_D^{F_1}\right) - g(e_i)$$
$$+\delta\begin{pmatrix} \pi(e_i)\left(R^{S_2}(R^{s_1}) - R_D^{S_2}(R^{s_1})\right) \\ +(1-\pi(e_i))\left(R^{F_2}(R^{s_1}) - R_D^{F_2}(R^{s_1})\right) - g(e_i) \end{pmatrix}$$

sujeito a:

$$l^{S_2}(R^{s_1}) \geq -c$$
$$l^{F_2}(R^{s_1}) \geq -c$$

para $s = S, F$.

O que nos dá, seguindo o que foi desenvolvido nas sub-seções anteriores:

$$h^{-1}\left(\Delta l^1\right) = f\left(R_D^{s_1}, R_D^{s_1}\right) = e_L^1$$

e

$$z^{-1}\left(l^{S_2}(R^{s_1})\right) = f\left(R_D^{s_2}(R^{s_1})\right) = e_L^2$$

É fácil verificar que o problema no segundo período é idêntico ao problema da seção anterior, e portanto a solução neste caso, é a mesma: os contratos que caracterizam a solução são tais que:

$$\begin{aligned} l^{F_2}(R^{s_1}) &= 0 \\ l^{S_2}(R^{s_1}) &= 0 \\ e_L^2 &= 0 \end{aligned}$$

Voltando ao problema original e otimizando em relação a $R_D^{S_1}$ e $R_D^{F_1}$ temos:

$$\mu = \pi\left(e^1\right) u\acute{}(R_D^{S_1}) + \left(1-\pi\left(e^1\right)\right) u\acute{}(R_D^{F_1}) > 0$$

Portanto, a restrição intertemporal de participação está ativa no problema e temos:

$$l^{F_1} = g\left(e^1\right) - \pi\left(e^1\right)\frac{g\acute{}(e^1)}{\pi\acute{}(e^1)} < 0$$

Além disso,

$$\lambda_1 = \pi\left(e^1\right)\left(1-\pi\left(e^1\right)\right)\left(u\acute{}(R_D^{S_1}) - u\acute{}(R_D^{F_1})\right) > 0$$

O que significa que $R_D^{S_1} < R_D^{F_1}$ e portanto $\Delta l^1 = \left(R^{S_1} - R_D^{S_1}\right) - \left(R^{F_1} - R_D^{F_1}\right) > 0 \Rightarrow e_L^1 > 0$.

Este último resultado nos permite formular uma nova proposição:

Proposition 8 *Sob livre entrada e com restrições de solvência apenas no último período, o contrato de equilíbrio prevê lucro zero para o banco no último período, tendo como esforço ótimo associado nesse período o esforço nulo. No primeiro período o banco exerce esforço positivo sendo que recebe lucro negativo caso o estado ruim da natureza se realize.*

4.7 O modelo sem comprometimento pleno

Os resultados anteriores partem todos de uma suposição de comprometimento pleno por parte do depositante, ou seja, uma vez aceito o contrato de depósito, ele mantém a relação pelos dois períodos. Mas essa não é uma característica dos contratos de depósito a vista. Por terem como função prover liquidez em caso de choques negativos, eles possibilitam que depositantes (tanto impacientes quanto pacientes) não renovem a relação em qualquer período do tempo. E no caso específico deste modelo, em que apenas depositantes pacientes são considerados na análise, isso equivale a perdas de depósito superiores ao que seria esperado no caso em que apenas os depositantes impacientes sacam. Este é o ponto central de uma quebra bancária, quando a perda de depósitos supera os limites previstos - e portanto suportáveis - e acarreta a quebra do banco.

Visando a analisar esse ponto específico, vamos introduzir agora uma restrição adicional de comprometimento, supondo que o depositante tenha como determinante na sua decisão de renegar ou não o contrato a observação do estado da natureza que se realiza no final do primeiro período. Ou seja, ao observar o estado da natureza realizado em $t = 1$ o depositante mantém a relação caso esse estado seja o bom (ele observa R^{S_1}), e renega o contrato caso o estado realizado seja o ruim (R^{F_1}). O que estamos sugerindo com esta hipótese é que a decisão do depositante quanto a manter ou não a relação com o banco está baseada no estado da economia, cuja realização depende (em probabilidade) do esforço não observável exercido pelo banco. Eliminamos com isso a exogeneidade característica das decisões de saque por parte dos depositantes pacientes, incluindo como variável determinante um sinal imperfeito da variável não observada.

Temos portanto uma nova restrição que representa o pay-off futuro nulo do banco para o caso em que o depositante renega o contrato em $t = 1$.

Restrição de comprometimento pleno:

Se $R^{s_1} = R^{S_1}$ o depositante escolhe $a_h^1 = 1$, que equivale a manter a relação por mais um período.

Se $R^{s_1} = R^{F_1}$ o depositante escolhe $a_h^1 = 0$, que equivale a renegar o contrato e sacar o seu depósito.

O problema do banco passa a ser:

$$\begin{aligned}&\max_{e_i} \pi(e_i)\, l^{S_1} + (1-\pi(e_i))\, l^{F_1} - g(e_i) \\ &+\delta\left(\pi(e_i)\, l^{S_2}(R^{s_1}) + (1-\pi(e_i))\, l^{F_2}(R^{s_1}) - g(e_i)\right)\end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}l^{S_2}\left(R^{F_1}\right) &= 0 \\ l^{F_2}\left(R^{F_1}\right) &= 0\end{aligned}$$

para $s = S, F$.

Proposition 9 *Os contratos de depósito de equilíbrio com a imposição de uma restrição de comprometimento pleno para o depositante são tais que:*

i. o esforço ótimo associado é um esforço positivo em ambos os períodos.

ii. o esforço associado equivale ao esforço eficiente no caso em que se introduz restrições de solvência no último período.

Proof. O banco oferece contratos que resolvem seu problema de maximização no segundo período e intertemporalmente. Isso implica em uma condição de primeira ordem que define o esforço a ser empreendido no segundo período:

$$l^{S_2}\left(R^{S_1}\right) - l^{F_2}\left(R^{S_1}\right) = \frac{g'(e^2)}{\pi'(e^2)} \Rightarrow e_{FC}^2 > 0$$

Proof. Além disso, no primeiro período, o contrato prevê

$$\lambda_1 = \pi\left(e^1\right)\left(1-\pi\left(e^1\right)\right)\left(u'(R_D^{S_1}) - u'(R_D^{F_1})\right) > 0$$

, o que significa que $R_D^{S_1} < R_D^{F_1}$ e portanto

$$\Delta l^1 = \left(R^{S_1} - R_D^{S_1}\right) - \left(R^{F_1} - R_D^{F_1}\right) > 0 \Rightarrow e_{FC}^1 > 0$$

■

Por outro lado temos:

$$e = e^1 + e^2 = \left(R^{S_1} - R^{F_1}\right) + \left(R^{S_2} - R^{F_2}\right)$$

$$e_{FCL} = e^1_{FC} + 0 = \left(R^{S_1} - R^{S_1}_{D_{FCL}}\right) - \left(R^{F_1} - R^{F_1}_{D_{FCL}}\right)$$

$e_{FCL} - e = \left(R^{F_1}_{D_{FCL}} - R^{S_1}_{D_{FCL}}\right) - \left(R^{S_2} - R^{F_2}\right) \Rightarrow e_{FCL} - e \leq 0$ pois viabilidade exige $R^{F_1}_{D_{FCL}} - R^{S_1}_{D_{FCL}} \leq R^{S_1} - R^{F_1} = R^{S_2} - R^{F_2}$.

Mas sob a hipótese de livre entrada, e_{FCL} de equilíbrio requer $R^{F_1}_{D_{FCL}} - R^{S_1}_{D_{FCL}} = R^{S_1} - R^{F_1}$ e portanto $e_{FCL} = e$. ■

5 Conclusão

Este trabalho partiu da formulação de um modelo teórico geral da relação depositante banco visando a analisar o equilíbrio dos contratos de depósitos bancários. A versão inicial do modelo, estruturada em um período, mostrou que embora a relação entre bancos e depositantes tenha problemas informacionais estruturais, a solução de equilíbrio é eficiente. Por outro lado, porém, ela está caracterizada por uma situação de insolvência do banco, caso o estado ruim da natureza se realize. Ao limitarmos inferiormente as perdas do banco, impondo restrições de solvência, ganha-se em termos de solidez à custa de perda de eficiência. Nesse caso, o esforço exercido pelo banco será inferior, chegando a ser nulo sob condições bastante gerais.

Na análise dinâmica outros resultados surgem, igualmente contingentes ao espaço factível de contratos de depósitos. Aqui, novamente, a perda de eficiência emerge da solução, a partir da introdução das restrições de solvência em ambos os períodos da relação. Além disso, os resultados mostram que a imposição de limites de solvência apenas no segundo período - e portanto a manutenção da fragilidade intrínseca à intermediação financeira - melhora em termos de eficiência os resultados encontrados anteriormente.

Finalmente, a extensão do modelo incorporando a possibilidade de existência de corridas bancárias em equilíbrio - aqui representadas pelo não comprometimento pleno do depositante, que pode renegar o contrato no primeiro período caso ele observe o estado ruim da natureza - tem solução equivalente, em termos de esforço, à solução eficiente (mantidas as restrições de solvência limitadas ao último período). Isso sugere que, embora possibilite a ocorrência de quebras bancárias, a estrutura de insolvência - e paralelamente a ameaça de corridas - funciona como um incentivo para que o esforço eficiente seja atingido.

Os resultados sugerem portanto que sem as restrições de solvência os contratos de equilíbrio implicam em lucro negativo para o banco sempre que o estado ruim da natureza se realize, em ambos os períodos, justificando assim a introdução de restrições no intuito de reduzir as probabilidades de quebras bancárias. Com a introdução das restrições nos dois períodos a solução ótima está associada a esforço zero em ambos os períodos, fruto da redução da punição do banco em caso de fracasso. Neste caso há perdas inequívocas de bem estar, apesar da eliminação da possibilidade de quebra do banco. Já com a restrição de solvência apenas no último período o contrato de equilíbrio tem associado um nível de esforço positivo no primeiro período, com o banco assumindo o risco de insolvência caso o estado ruim se realize. Este último resultado reforça o papel dos bancos como provedores de liquidez e a fragilidade associada à atividade de financiamento de projetos ilíquidos a partir da captação de recursos líquidos, evidenciando porém que essa situação é eficiente e a fragilidade intrínseca funciona como um mecanismo ótimo de incentivos.

Este trabalho abre frente para que uma série de extensões sejam exploradas. A introdução de um mercado interbancário, a análise dos impactos da introdução de contratos de depósitos segurados e o papel de um emprestador de última instância são alguns exemplos de campos que podem ser objeto de estudo futuros visando sempre um melhor entendimento da relação depositante-banco e seus impactos de bem estar e eficiência.

6 Anexo

6.1 Prova da Proposição 3:

Proof. i. Seja
$$\pi \geq (1-\pi)$$
Temos que, em equilíbrio:
$$D\eta_{R^F_{D_i}}\left(R^F_{D_i}, b^0_i\right) = -\frac{(1-\pi)}{\pi} < 0$$
e
$$\pi' f'_{R^F_{D_i}}\left(\eta'_{R^F_{D_i}}+1\right)(u_S-u_F)+b_i\left(\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}}+(1-\pi)\,u'_F\right)=0$$
Sabemos ainda que $\eta'_{R^F_{D_i}} \geq -1$.Logo:
$$\left(\eta'_{R^F_{D_i}}+1\right) \geq 0$$
Com $u_S > u_F$ temos
$$\pi' f'_{R^F_{D_i}}\left(\eta'_{R^F_{D_i}}+1\right)(u_S-u_F) \geq 0$$
e portanto temos que ter
$$b^0_i\left(\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}}+(1-\pi)\,u'_F\right) \leq 0. \tag{22}$$
Mas(22)≤ 0 só é possível com
$$\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}} \leq -(1-\pi)\,u'_F.$$
Usando (**??**):
$$u'_S \geq u'_F.$$
O que é impossível para $u_S > u_F$, dada a concavidade da função utilidade

Por outro lado, seja $u_S < u_F$. Temos que
$$\pi' f'_{R^F_{D_i}}\left(\eta'_{R^F_{D_i}}+1\right)(u_S-u_F) \leq 0.$$
O que implica que, de forma análoga o segundo termo deve ser positivo:
$$b^0_i\left(\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}}+(1-\pi)\,u'_F\right) \geq 0$$

Mas isso só é possível com

$$u'_S \leq u'_F.$$

O que é igualmente impossível para $u_S < u_F.$, dada a concavidade da função utilidade

Logo, equilíbrio com $\pi \geq (1-\pi)$ só é possível com $u_S = u_F$.

ii. Seja

$$(1-\pi) > \pi$$

Supondo $u_S > u_F$, temos que

$$\pi' f'_{R^F_{D_i}} \left(\eta'_{R^F_{D_i}} + 1 \right) (u_S - u_F) < 0$$

e portanto temos que ter o segundo termo estritamente positivo:

$$b^0_i \left(\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}} + (1-\pi) u'_F \right) > 0.$$

Mas isso só é possível com

$$u'_S < u'_F.$$

O que é sempre verdade para $u_S > u_F$, dada a concavidade da função utilidade.

Por outro lado, seja $u_S < u_F$ e portanto

$$\pi' f'_{R^F_{D_i}} \left(\eta'_{R^F_{D_i}} + 1 \right) (u_S - u_F) > 0.$$

Analogamente teremos que ter

$$b^0_i \left(\pi u'_S \eta'_{R^F_{D_i}} + (1-\pi) u'_F \right) < 0$$

o que também só é possível com

$$u'_S > u'_F$$

O que é sempre verdade para $u_S < u_F$, dada a concavidade da função utilidade.

Mas tomemos a solução com $u_S > u_F$. Seja $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeno de forma a se ter

$$u_S - \varepsilon > u_F + \varepsilon.$$

Isso implica em diferencial de lucro maior para o banco:

$$\Delta l' = \left(R^S - \left(R^S_D - \varepsilon\right)\right) - \left(R^F - \left(R^F_D + \varepsilon\right)\right) = \Delta l + \varepsilon$$

O que induz maior esforço por parte do banco.

Além disso, pelo lado do depositante, o novo contrato gera utilidade esperada maior, ou seja:

$$UE' = \pi u \left(R_D^S - \varepsilon\right) + (1-\pi) u \left(R_D^F + \varepsilon\right)$$

é superior à utilidade esperada original.

Logo, $u_S > u_F$ **não é equilíbrio. e só existe equilíbrio com** $(1-\pi) > \pi$ **com** $u_F \geq u_S$**.**

iii.$\Delta l < 0$ é impossível em equilíbrio pois:

$$\Delta l = \left(R^S - R_D^S\right) - \left(R^F - R_D^F\right) < 0$$

implica em

$$R^S - R^F < R_D^S - R_D^F$$

Mas, dado que em equilíbrio, $R_D^S \leq R_D^F$ tem-se que $R^S \leq R^F$, o que é impossível por hipótese, pois a realização do estado bom da natureza se define exatamente pela realização de ativos de uma carteira de maior qualidade e portanto de valor realizado superior. ■

6.2 Prova da Proposição 4

Proof. Seja o problema de maximização do retorno esperado do depositante, sem a restrição de exclusividade, dado por:

$$\begin{aligned}
&\max \pi_1 \pi_2 \left(\alpha \left(R_1^S - l_1^S\right) + (1-\alpha)\left(R_2^S - l_2^S\right)\right) + \\
&+\pi_1 (1-\pi_2) \left(\alpha \left(R_1^S - l_1^S\right) + (1-\alpha)\left(R_2^F - l_2^F\right)\right) + \\
&(1-\pi_1) \pi_2 \left(\alpha \left(R_1^F - l_1^F\right) + (1-\alpha)\left(R_2^S - l_2^S\right)\right) + \\
&(1-\pi_1)(1-\pi_2) \left(\alpha \left(R_1^F - l_1^F\right) + (1-\alpha)\left(R_2^F - l_2^F\right)\right)
\end{aligned}$$

sujeito a:

$$\begin{aligned}
\alpha \left[\pi_1 \left(R_1^S - R_{D_1}^S\right) b^o + (1-\pi_1)\left(R_1^F - R_{D_1}^F\right) b^o\right] - g(e_1) &= 0 \\
(1-\alpha) \left[\pi_2 \left(R_2^S - R_{D_2}^S\right) b^o + (1-\pi_2)\left(R_2^F - R_{D_2}^F\right) b^o\right] - g(e_2) &= 0
\end{aligned}$$

Calculando as condições de primeira ordem temos:

$$\alpha \left(R^S - R^F\right) = \frac{D_{l_1^F} g_1}{D_{l_1^F} \pi_1} = e_1^D \tag{23}$$

$$(1-\alpha)\left(R^S - R^F\right) = \frac{D_{l_2^F} g_2}{D_{l_2^F} \pi_2} = e_2^D \tag{24}$$

$$\pi_1 = \pi_2$$

Os bancos, por outro lado maximizam suas funções lucro esperado, cujas condições de primeira ordem são dadas por:

$$\alpha \left(l_1^S - l_1^F \right) = \frac{D_{e_1} g_1}{D_{e_1} \pi_1} = e_1^B \tag{25}$$

$$(1 - \alpha) \left(l_2^S - l_2^F \right) = \frac{D_{e_2} g_2}{D_{e_2} \pi_2} = e_2^B \tag{26}$$

Substituindo (25) em (23) e (26) em (24) temos

$$R_{D_1}^S = R_{D_1}^F$$

e

$$R_{D_2}^S = R_{D_2}^F$$

E mais, como pela condição de equilíbrio as probabilidades de realização do estado bom da natureza são iguais - e portanto o nível de eforço ótimo é igual - para os dois bancos, temos que

1. Se $C_1^* = C_2^*$:

$$\alpha \left(l_1^S - l_1^F \right) = (1 - \alpha) \left(l_2^S - l_2^F \right)$$

Logo $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ ou $\alpha = \frac{1}{2}$.

Mas $\alpha = \frac{1}{2}$ não é condição suficiente pois a concentração em um único banco implica em maior esforço por parte desse banco e portanto maior retorno esperado da economia.

2. Se $C_1^* \neq C_2^*$:

$$\alpha = 1 \text{ ou } \alpha = 0$$

Supondo que não. Seja $\overline{C}_i$ o contrato de equilírio com $\overline{e}_i \neq e_i^*$, alocando portanto algum risco para o depositante.

$\overline{C}_i$ equilíbrio implica em $UE\left(\overline{C}_i\right) \geq UE\left(C_i^*\right)$ e além disso $VE\left(\overline{C}_i\right) \geq 0$, para $i = 1, 2$.

Mas como $\overline{C}_i$ aloca algum risco para o depositante avesso ao risco, isso só é possível com $RE\left(\overline{C}_i\right) > RE\left(C_i^*\right)$.

Por outro lado, sabemos que, pelo problema de maximização de retorno para o depositante C_i^* resolve

$$\begin{aligned} & \max RE\left(C_i\right) \\ & \text{sujeito a} \\ VE\left(C_i\right) &= 0 \end{aligned}$$

Logo,

$$RE\left(\overline{C}_i\right) > RE\left(C_i^*\right)$$

só é possível com

$$VE\left(\overline{C}_i\right) < VE\left(C_i^*\right) = 0$$

, o que contraria $\overline{C}_i$ ser equilíbrio. ■

Referências

[1] Atkeson, A. (1991) "International Lending with Moral Hazard and Risk of Repudiation"*Econometrica*, Vol. 59, No. 4, 1069-1089.

[2] Diamond, Douglas W. an Dybvig, Philip H. "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity". Journal of Political Economy, 91 (1983):401-12.

[3] Freixas, X and Rochet, J.C.(1997) "Microeconomics of Banking"The MIT Press

[4] Green, Edward J. and Lin, Ping."Diamond and Dybvig's Classic Theory of Financial Intermediation: What´s Missing?" Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 24 (1) Winter 2000, 3-13.

[5] Jacklin, Charles J. and Bhattacharya, Sudipto "Distinguishing Panics and Infomation-Based Bank Runs: Welfare and Policy Implications" Journal of Political Economy 96 (1988): 568-92

[6] Laffont, J.J. (1989) "The Economics of Uncertainty and Information"The MIT Press.

[7] Laffont, J.J. and Martimort, D. (2002) "The Theory of Incentives - The Principal-Agent Model"

[8] Peck, James and Shell, Karl "Equilibrium Bank Runs" mimeo (2001).

[9] Postlewaite, Andrew and Vives, Xavier "Bank Runs as an Equilibrium Phenomenon" Journal of Political Economy, 95(3) (1987): 485-491.

[10] Rogerson, W. (1985) "Repeated Moral Hazard"Econometrica, Vol.53, No.1, 69-76.

[11] Rey, P and Salanié, B. (1990) "Long-term, Short-term and Renegotiation: on the value of commitment in contracting". *Econometrica*, Vol. 58, No. 3, 597-619.

[12] Salanié, B. (1997) "The Economics of Contracts - A Primer"The MIT Press.

[13] Wallace, Neil "Another Attempt to Explain an Illiquid Banking System: The Diamond-Dybvig Model with Sequential Service Taken Seriously" Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 12 (4) Winter (1988), 3-16.

[14] Zhu, H. (2001) "Bank runs without self-fulfilling prophecies"BIS Working Papers no. 106

[15] Zhu, H. (2001) "Bank runs, welfare and policy implications"BIS Working Papers no. 107